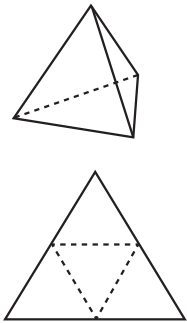
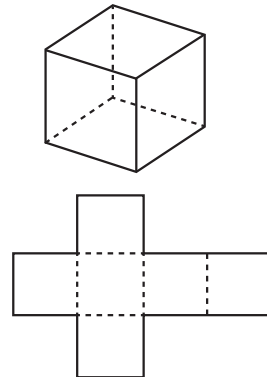


## 正多面体の展開図

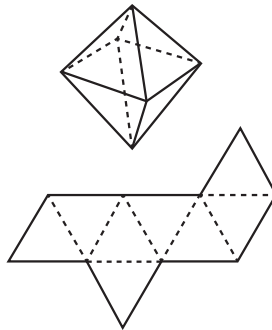
① 正四面体



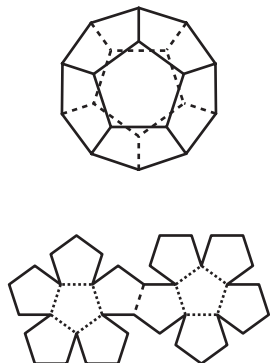
② 正六面体



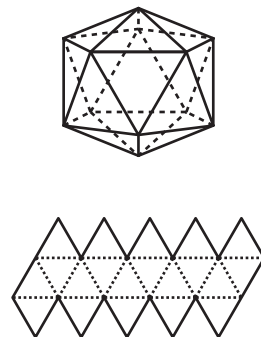
③ 正八面体



④ 正十二面体



⑤ 正二十面体



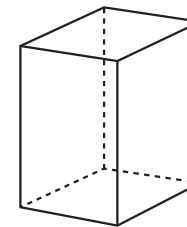
## 立体の名前

先ほどは正多面体についてお話ししました。そこで、皆さんは“立体”と言われたら、すぐにどのような形をイメージされますか？

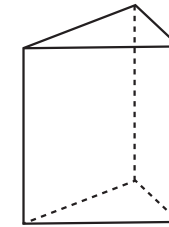
では、(たぶん)よく目にする代表的な立体をお見せしますね！

「～柱」(～：底面の名称が入る)

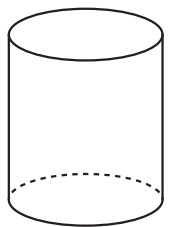
ポイント：底面は2つあり合同。角柱は側面が長方形。



四角柱



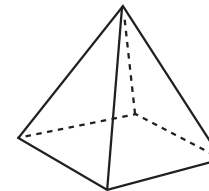
三角柱



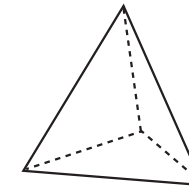
円柱

「～錐(すい)」(～：底面の名称が入る)

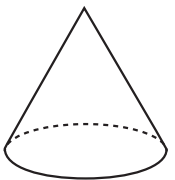
ポイント：底面が1つで、角すいは側面が三角形。



四角すい

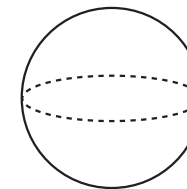


三角すい



円すい

「球(きゅう)」



球

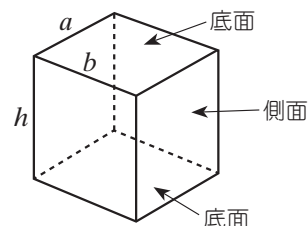
「いかがですか？」

この全部で7個の立体がすぐにイメージでき、名称も浮かべば最高なんですが……

では、これからこの7個を順にひとつずついろいろな視点からお話ししていきたいと思います。

## ① 四角柱について

補:底面の四角形が台形、平行四辺形、または、各辺の長さすべて違っていても構いません。



## 四角柱（見取り図）

上下の“底面の形”“大きさ”が等しい（合同）。

図1

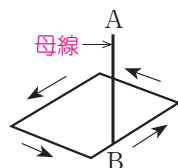


図2

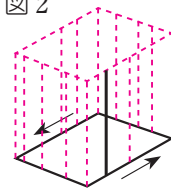
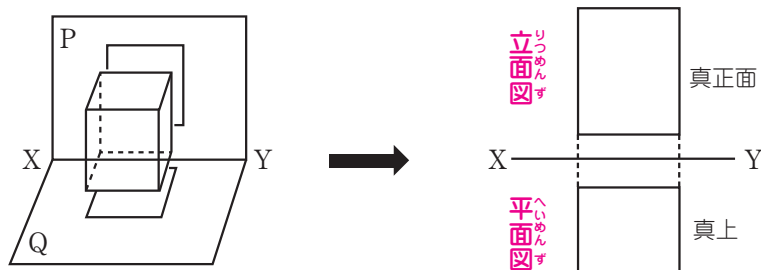


図1のように、線分AB（母線）を四角形に対し垂直に立て、その周を1まわりすると、図2のような四角柱になります。

## \* 投影図

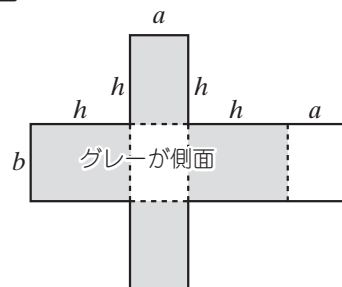
- ・立面図は底面に垂直に切ったときの切り口の形
- ・平面図は底面に平行に切ったときの切り口の形



立体に対し光を“真正面”と“真上”からあて、それぞれ平面P、Qにできた影から立体全体をイメージするのが投影図。

正しくは“立面図”と“平面図”を合わせて“投影図”と呼ぶ。

## \* 展開図

・表面積  $S$ : (底面積)  $\times 2$  + (側面積)

$$S = a \times b \times 2 + 2(a \times h + b \times h)$$

(底面は上下でふたつ)

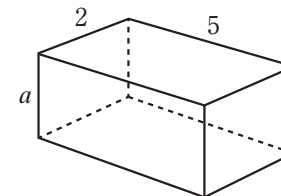
・体積  $V$ : (底面積)  $\times$  (高さ)

$$V = a \times b \times h$$

では、問題を通して理解の確認ね！

**問題** 右図は四角柱です。つぎの各問いについて考えてみましょう。

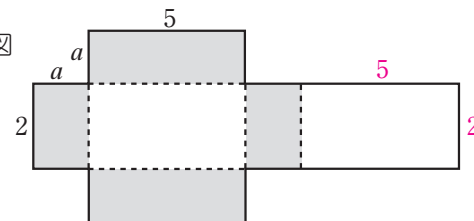
- (1) 底面が長方形の四角柱の名称は？
- (2) 展開図をかき、右図のそれぞれの長さも書き込んでください。
- (3) 側面積を求めてください。
- (4) 表面積を求めてください。
- (5) 体積を求めてください。
- (6) 右図の状態での投影図をかいてください。



## &lt; 解説・解答 &gt;

- (1) 底面が長方形の四角柱を**直方体**と呼びます。・・・(こたえ)  
ちなみに、正方形は長方形の一種であり、底面（および側面）が**正**方形の四角柱を**立方体**（りっぽうたい）、**正六面体**とも呼びます。

- (2) 展開図  
・・・(こたえ)



(3) の説明の意味で赤字を加筆し、また、一部グレーにしています。

- (3) 上記のグレー部分が側面に当たります。

$$2 \times (2 \times a + 5 \times a) = 2(2a + 5a) = 2 \times 7a = 14a$$

よって、側面積は  $14a$  ・・・(こたえ)

- (4) (表面積) = (底面積)  $\times 2$  + (側面積)、(底面積) =  $5 \times 2 = 10$  より、

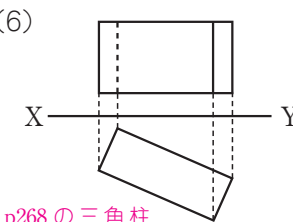
$$10 \times 2 + 14a = 14a + 20$$

よって、表面積は  $14a + 20$  (こたえ)

- (5) (体積) = (底面積)  $\times$  (高さ) より、

$$(体積) = 10 \times a = 10a$$

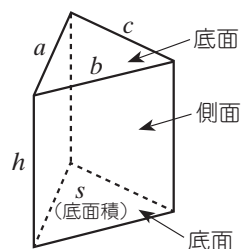
よって、体積は  $10a$  ・・・(こたえ)



p268の三角柱の投影図の説明参照

(こたえ)

## ② 三角柱について



三角柱（見取り図）

不思議とこの三角柱を横に倒すと、底面は長方形、側面は三角形と見えるらしく、別の立体（例：四角すい）に見える方がいます。

しかし、一見底面が長方形でも上側が点ではなく辺なので、これはやはり立て直して三角柱と理解してくださいね！ ヨロシク！ 汗

## \* 投影図

- ・ 立面図は底面に垂直に切ったときの切り口の形
- ・ 平面図は底面に平行に切ったときの切り口の形

図1

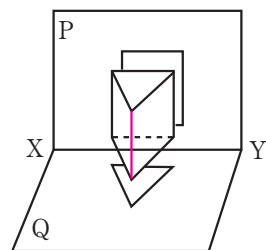
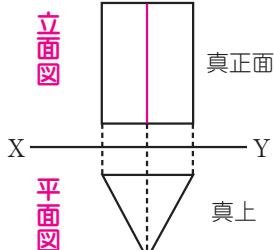
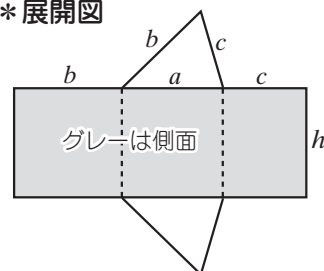


図2



単に影だけでは判断できないことがあるので、投影図には、影に視覚で見える辺は実線、隠れている辺は点線で加筆しておきます。図1の赤線が真正面からは見えるので、立面図では実線が加筆されています。

## \* 展開図



・ 表面積  $S$  : (底面積)  $\times 2$  + (側面積)

$$S = s \times 2 + h \times (a + b + c)$$

( $s$  : 底面積)

・ 体積  $V$  : (底面積)  $\times$  (高さ)

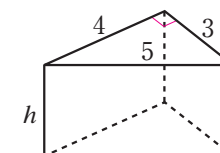
$$V = s \times h$$

( $s$  : 底面積)

では、問題を通して理解の確認ね！

**問題** 右図はある角柱です。つぎの各問いについて考えてみましょう。

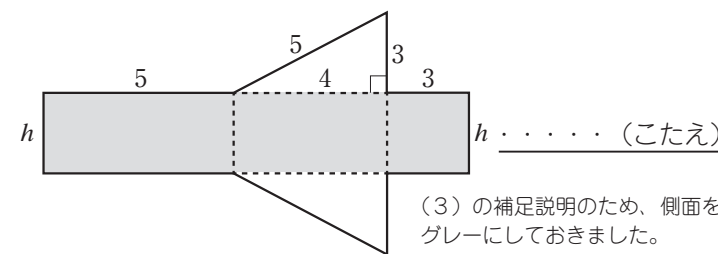
- (1) この角柱の名称は？
- (2) 展開図をかき、右図のそれぞれの長さも書き込んでください。
- (3) 表面積を求めてください。
- (4) 体積を求めてください。
- (5) 右図の状態での投影図をかくてください。



## &lt; 解説・解答 &gt;

(1) 底面が三角形ゆえ、名称は三角柱です。(こたえ) 直角三角柱かなあ〜…？

(2)



(3) の補足説明のため、側面をグレーにしておきました。

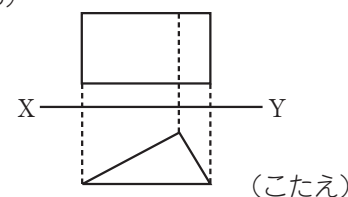
(3) (側面積) =  $(5 + 4 + 3) \times h = 12h$ 、(底面積) =  $3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$

(表面積) =  $12h + 6 \times 2 = 12h + 12$  よって、面積は  $12h + 12$  (こたえ)

(4) (体積) = (底面積)  $\times$  (高さ) より、

(体積) =  $6 \times h = 6h$  よって、体積は  $6h$  (こたえ)

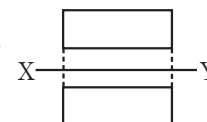
(5)



(こたえ)

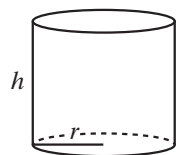
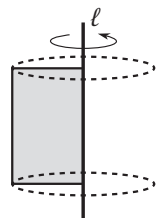
## &lt; クイズ1 &gt;

右の投影図から立体をイメージしてください。

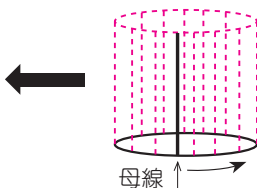


答えは p280 に！

## ③ 円柱について



円柱（見取り図）



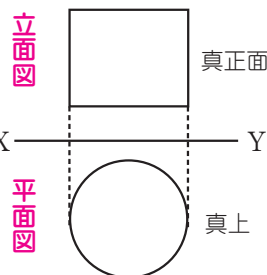
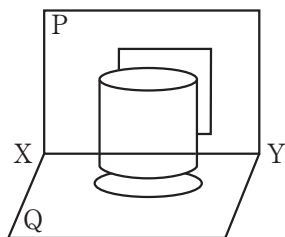
## \* 回転体

ここで話をする7個の立体（p265）のうち、3個だけ「ある形を直線  $l$  に貼り付け1回転させるとできる」、いわゆるこれが**回転体**。

円柱はそのうちの一つで“**長方形**”でつくることができる。また、直線  $l$  を“**回転の軸**”と呼ぶ。

## \* 投影図

- ・ 立面図は底面に**垂直**に切ったときの**切り口**の形
- ・ 平面図は底面に**平行**に切ったときの**切り口**の形



## \* 展開図

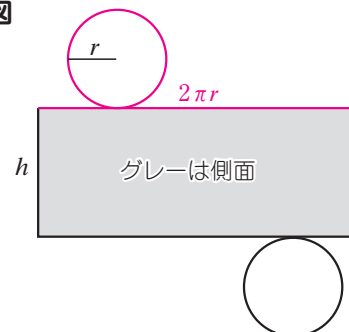
・ 表面積  $S$  : (底面積)  $\times 2$  + (側面積)

$$S = \pi r^2 \times 2 + h \times 2\pi r$$

( $\pi$  : 円周率)

・ 体積  $V$  : (底面積)  $\times$  (高さ)

$$V = \pi r^2 \times h \quad (\pi : \text{円周率})$$

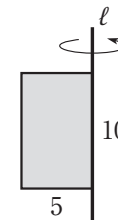


では、問題を通して理解の確認ね！

## 問題

右図で長方形を直線  $l$  のまわりに1回転させてできる立体に関し、つぎの各問いについて考えてみましょう。円周率は  $\pi$  を使用ね！

- (1) 回転してできる立体の見取り図をかき、名称も教えてください。
- (2) この立体の展開図をかき、もし読み取れる長さがあれば、それも記入してください。
- (3) 側面積および、表面積を求めてください。
- (4) 体積を求めてください。



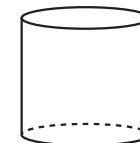
## &lt; 解説・解答 &gt;

- (1) 名称は、円柱です。・・・(こたえ)

補：図は、平面、立体図形に限らず定規にたよらず、**手がき**できるよう、練習を常に心がけてくださいね！

・・・(こたえ)

## 見取り図



- (2) 底面の円周は、(直径：**半径  $\times 2$** )  $\times$  (円周率) より

$$5 \times 2 \times \pi = 10\pi$$

補：底面の位置はどこにかいても OK！

(こたえ)

## \* 展開図

10  
10  
底面の円周と側面の横の長さは一致！

(3) の補足説明のため、側面はグレーにしておきました。

- (3) (側面積) =  $10 \times 10\pi = 100\pi$

$$(\text{底面積}) = 5 \times 5 \times \pi = 25\pi$$

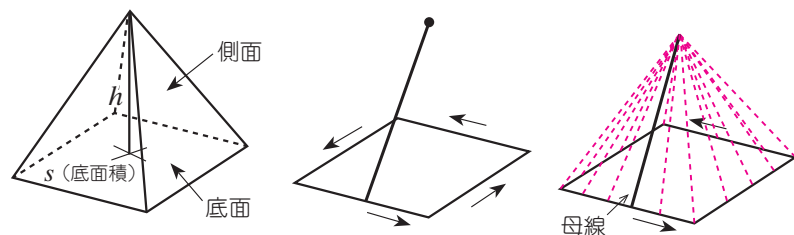
$$(\text{表面積}) = 25\pi \times 2 + 100\pi = 150\pi$$

よって、側面積は  $100\pi$ 、表面積は  $150\pi$  ・・・(こたえ)

- (4) (体積) = (底面積)  $\times$  (高さ) =  $25\pi \times 10 = 250\pi$

よって、体積は  $250\pi$  ・・・(こたえ)

## ④ 四角すいについて



四角すい（見取り図）

## \* 投影図

- ・ 立面図は底面に垂直に切ったときの切り口の形  
(ただし、頂点からずれた切り口は、四角形)
- ・ 平面図は底面に平行に切ったときの切り口の形

図1

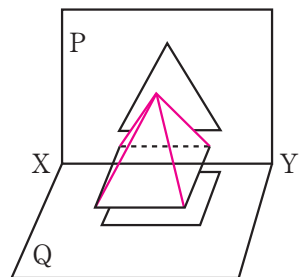
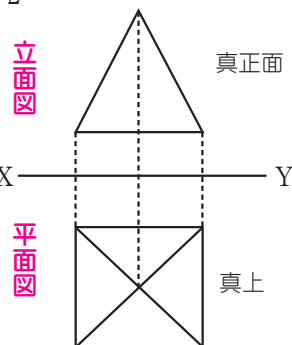
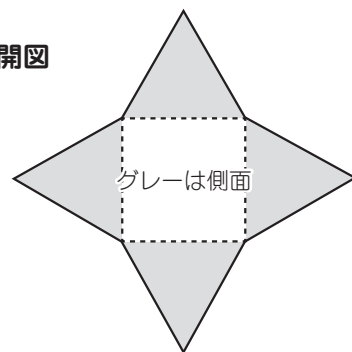


図2



真上からの投影図に関して、図1の4つの辺を図2では実線でかき込んであります。

## \* 展開図



・ 表面積  $S$  : (底面積) + (側面積)

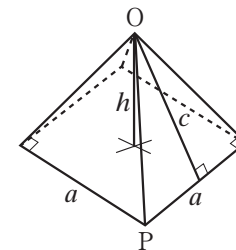
・ 体積  $V$  : (底面積)  $\times$  (高さ)  $\times \frac{1}{3}$

$$V = s \times h \times \frac{1}{3}$$

では、問題を通して理解の確認ね！

**問題** 右図の角すいについて、各問いについて考えてみましょう。

- (1) 名称は？
- (2) 左ページとは違う展開図をかき、  
また、読み取れる長さも書き込んでください。
- (3) 表面積を求めてください。
- (4) 体積を求めてください。
- (5) OP を正面とする投影図をかいてください。



## &lt; 解説・解答 &gt;

- (1) 名称は、正四角すい。 . . . . (こたえ)

- (2)  . . . (こたえ)

(3) の補足説明のため、側面をグレーにしておきました。

- (3) 側面となる4つの三角形はすべて同じ(合同)。また、二等辺三角形。

$$(\text{側面積}) = (\text{三角形の面積}) \times 4 = (a \times c \times \frac{1}{2}) \times 4 = 2ac$$

$$(\text{底面積}) = a \times a = a^2$$

$$\text{だから、} (\text{表面積}) = (\text{底面積}) + (\text{側面積}) = a^2 + 2ac$$

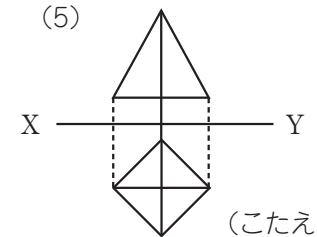
$$\text{よって、} \underline{\text{表面積は } a^2 + 2ac} \quad \text{. . . . (こたえ)}$$

- (4) (体積) = (底面積)  $\times$  (高さ)  $\times \frac{1}{3}$  (5)

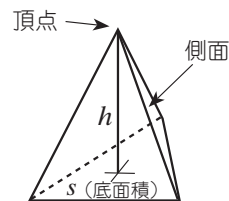
$$= a^2 \times h \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} a^2 h$$

$$\text{よって、} \underline{\text{体積は } \frac{1}{3} a^2 h} \quad \text{(こたえ)}$$



## ⑤ 三角すいについて



## 三角すい（見取り図）

底面が1つで側面は三角形。  
また、底面が正三角形であ  
れば正三角すいと言う。

図 i

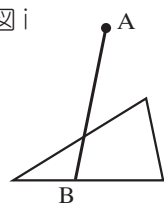


図 ii

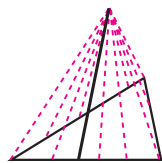


図 i のように、線分 AB（母線）の点 A  
を固定し、点 B を三角形の周にそって  
1 周すると、図 ii のように三角す  
いになります。

## \* 投影図

- ・ 立面図は底面に垂直に切ったときの切り口の形
- ・ 平面図は底面に平行に切ったときの切り口の形

図 1

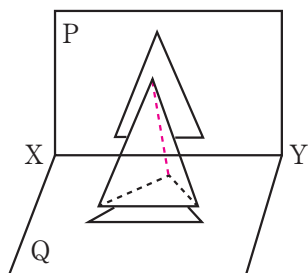
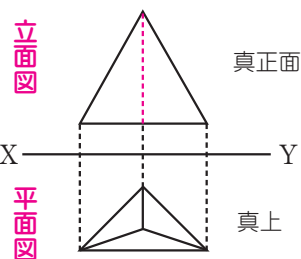


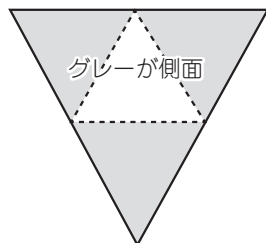
図 2



投影図には、影に視覚で見える辺は実線、隠れている辺は点線で加筆しておきます。

図 1 の赤線が反対側で隠れていて真正面からは見えないので、立面図では点線が加筆されています。

## \* 展開図



・ 表面積  $S$  : (底面積) + (側面積)

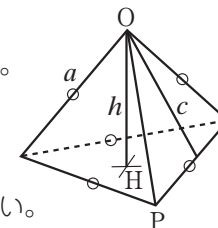
・ 体積  $V$  : (底面積)  $\times$  (高さ)  $\times \frac{1}{3}$

$$V = s \times h \times \frac{1}{3}$$

では、問題を通して理解の確認ね！

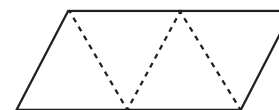
問題 右の角すいについて、各問いについて考えてみましょう。

- (1) 名称は？
- (2) 左ページとは違う展開図をかいてください。
- (3) 表面積を求めてください。
- (4) 体積を求めてください。
- (5) 辺 OP を正面とする投影図をかいてください。



## &lt; 解説・解答 &gt;

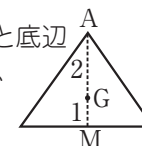
- (1) 名称は正四面体。(こたえ)→
- (2) (こたえ)



## 正四面体のポイント！

頂点から底面におろした垂線の足 H は、底面の重心 G となる。

“重心 G” は、頂点 A と底辺の中点 M を結んだとき、線分 AM を 2:1 に内分する点



- (3) (正三角形の面積)  $= a \times c \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} a c$ 、正三角形が 4 個より、  
(表面積)  $= \frac{1}{2} a c \times 4 = 2 a c$

よって、

表面積は  $2 a c$  …… (こたえ)

- (4) (体積)  $=$  (底面積)  $\times$  (高さ)  $\times \frac{1}{3}$  より、

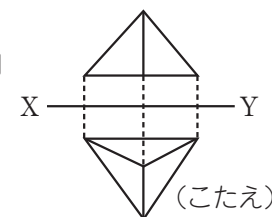
$$(\text{体積}) = \frac{1}{2} a c \times h \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} a c h$$

よって、

体積は  $\frac{1}{6} a c h$  …… (こたえ)

- (5)

## 投影図



(こたえ)

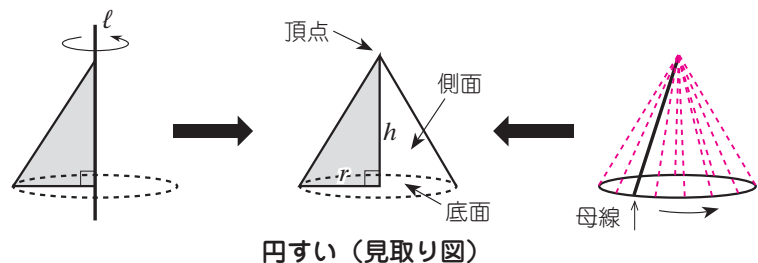
## &lt; クイズ 2 &gt;

右の投影図から  
立体をイメージ  
してください。



答えは p280 に！

## ⑥ 円すいについて



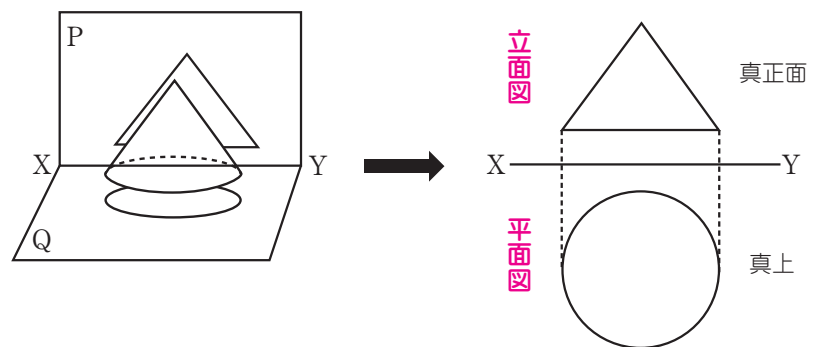
## \* 回転体

ここでお話する3個の回転体のうちの2個目！

**円すい**は「**直角三角形**を直線 $l$ に貼り付け1回転させる」とできるんですね！

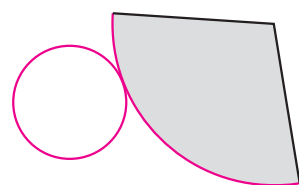
## \* 投影図

- ・ **立面図**は底面に**垂直**に切ったときの**切り口**の形  
(ただし、頂点からずれると長方形)
- ・ **平面図**は底面に**平行**に切ったときの**切り口**の形



## \* 展開図

グレーは側面



・ 表面積  $S$  : (底面積) + (側面積)

・ 体積  $V$  : (底面積)  $\times$  (高さ)  $\times \frac{1}{3}$

$$V = \pi r^2 \times h \times \frac{1}{3}$$

では、問題を通して理解の確認ね！

**問題** 右図で三角形を直線 $l$ のまわりに1回転させてできる立体に関し、つぎの各問について考えてみましょう。円周率は $\pi$ を使用ね！

- (1) 図1：回転してできる立体の見取り図（読み取れる長さも書き込む）をかき、名称も教えてください。
- (2) 図2：展開図の弧の長さ、中心角 $x^\circ$ および、おうぎ形の面積を求めてください。
- (3) 体積を求めてください。

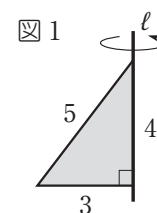
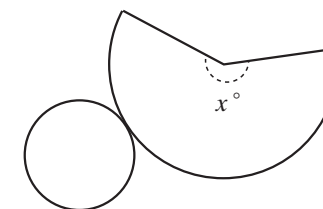


図2

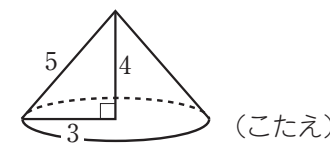


## &lt; 解説・解答 &gt;

(1)

名称は、円すい。(こたえ)

見取り図



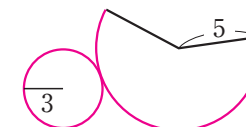
(2) 弧の長さは、底面の円周と等しいゆえ、

$$(\text{弧の長さ}) = 3 \times 2 \times \pi = 6\pi$$

弧の長さは  $6\pi$  (こたえ)

$$(\text{中心角}) = \frac{6\pi}{10\pi} \times 360 = 6 \times 36 = 216$$

中心角は  $216^\circ$  ... (こたえ)



$$(\text{おうぎ形の面積}) = \frac{6\pi}{10\pi} \times 25\pi = 15\pi$$

おうぎ形の面積  $15\pi$  (こたえ)

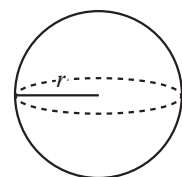
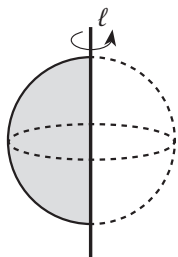
(3) 高さは4、底面積 =  $3 \times 3 \times \pi = 9\pi$

$$(\text{体積}) = 9\pi \times 4 \times \frac{1}{3} = 12\pi$$

体積は  $12\pi$  ... (こたえ)



## ⑦ 球について



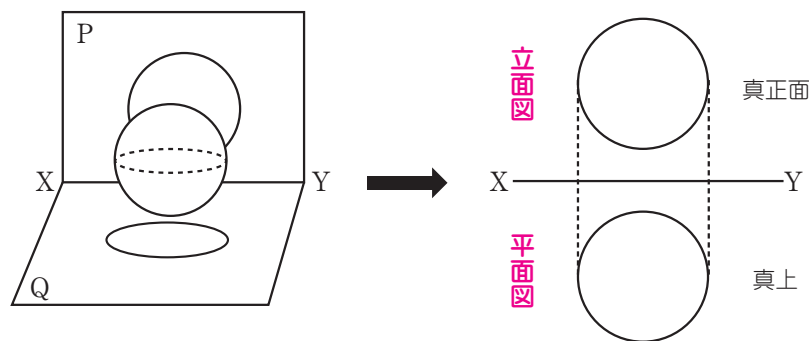
球（見取り図）

## \* 回転体

ここでお話しする3個目の回転体はナント球！

球は「半円を直線  $l$  に貼り付け1回転させる」とできるんですね！

## \* 投影図



・表面積  $S$  : 覚え方「<sup>しんぱい</sup>心配あ〜る<sup>じじょう</sup>事情」

$$S = 4\pi r^2$$

・体積  $V$  : 覚え方「<sup>み</sup>身の上<sup>うへ</sup>に<sup>しんぱい</sup>心配あ〜る<sup>さんじょう</sup>参上」

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

では、問題を通して理解の確認ね！

**問題** つぎの球の面積  $S$  を求めてみましょう。

(1) 半径 3 [cm]

(2) 半径 6 [cm]

< 解説・解答 > 面積 :  $S = 4\pi r^2$

(1)  $S = 4 \times \pi \times 3^2 = 4 \times 9 \times \pi = 36\pi$  面積  $S$  は  $36\pi$  [cm<sup>2</sup>] (こたえ)

(2)  $S = 4 \times \pi \times 6^2 = 4 \times 36 \times \pi = 144\pi$  面積  $S$  は  $144\pi$  [cm<sup>2</sup>] (こたえ)

**問題** つぎの球の体積  $V$  を求めてみましょう。

(1) 半径 6 [cm]

(2) 半径 9 [cm]

< 解説・解答 > 体積 :  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

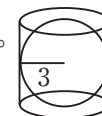
(1)  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6 \times 6^2 = 4 \times 2 \times 6^2 \times \pi = 288\pi$   
体積  $V$  は  $288\pi$  [cm<sup>3</sup>] … (こたえ)

(2)  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 9^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 9 \times 9^2 = 4 \times 3 \times 9^2 \times \pi = 972\pi$   
体積  $V$  は  $972\pi$  [cm<sup>3</sup>] … (こたえ)

**問題** 右図は円柱にピッタリ球がおさまっている。

(1) 円柱と球の表面積  $S_1$ 、 $S_2$  および  $\frac{S_2}{S_1}$  を求めてみましょう。

(2) 円柱と球の体積  $V_1$ 、 $V_2$  および  $\frac{V_2}{V_1}$  を求めてみましょう。



< 解説・解答 >

(1)  $S_1 = 3^2 \times \pi \times 2 + 6 \times 2 \times 3 \times \pi = 18\pi + 36\pi = 54\pi$

$S_2 = 4 \times \pi \times 3^2 = 4 \times 9 \times \pi = 36\pi$   $\frac{S_2}{S_1} = \frac{36\pi}{54\pi} = \frac{2}{3}$  (こたえ)

(2)  $V_1 = 3^2 \times \pi \times 6 = 54\pi$   $V_2 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 4 \times \pi \times 9 = 36\pi$

(1)(2)の結果を比較し、何か感じませんか？ ナニが…？  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{36\pi}{54\pi} = \frac{2}{3}$  (こたえ)



## クイズ（投影図）の解答

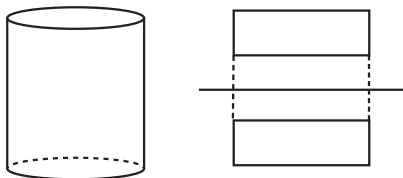
2 題の投影図は、ある意味小学校受験算数問題のようなちょっと意地悪な問題かもしれませんね！

うんうん！笑 マッタクだ!! 怒

### \*クイズ 1

投影図が表している立体は、**円柱**です。

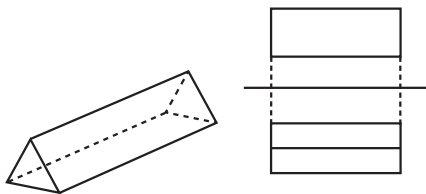
やはり、部分の名称通りに底面を上下にして、投影図を表すのが常識ですよ！失礼いたしました。汗



### \*クイズ 2

投影図が表している立体は、**三角柱**です。

やはり、これも部分の名称通りに底面を上下にして、投影図を表して欲しいものですよね！



ちなみに、昔、小学生を教えていたとき、この三角柱が横になった立体がどうしても**四角柱**にしか見えない！ と言い張る子がいました。今ごろ彼は何をしているのかなあ～・・・。

数学を教えて 20 数年になりますが、人それぞれ**学習適正年齢**があると感じています。高校 1 年までマッタクできなかつた子が、突然、高校 2 年で目覚めることも。あれだけ数学が苦手だったのに徐々に成績が伸び始め、薬学部に進み、今では薬剤師として立派に活躍している教え子が何人もいます！ だから、今、（もしくは昔）できなかつたからといって、諦めるのはもったいないですからね！ 一緒にがんばりましょう！