

最短距離の問題は、前のページで示したように展開図をかくことでほとんど問題は解決なんだね！ では、せっかくだから1問だけやってみようか！

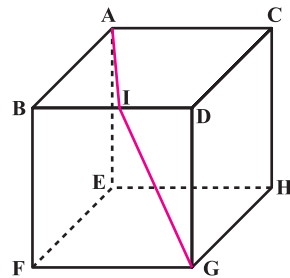
いつもこうやって問題をやらされるんだよねえ・・・！

問題

1辺が4 [cm] の立方体がある。右図において AIG がもっとも短くなるように辺 BD 上に点 I をとったとする。

(1) AIG の長さを求めてみよう。

(2) AI の長さを求めてみよう。



< 解説・解答 >

最短距離と言われたならば、第1に必要な部分の展開図をかき、最短距離をその展開図にかきこむことが大切！ ハイハイ!! (ぶう～・・・！)

(1)

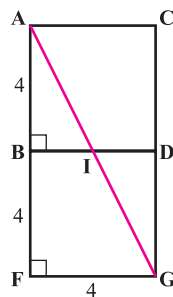
右図を見ればわかるよね?! △AFG に着目！

△AFG は直角三角形より [AG > 0]

$$\begin{aligned}
 \text{[AIG]} \quad AG^2 &= AF^2 + FG^2 \\
 &= 8^2 + 4^2 \\
 &= 64 + 16 \\
 &= 80 \\
 AG &= \sqrt{80} \quad (= \sqrt{4^2 \times 5}) \\
 &= 4\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

よって、

$$\text{最短 (AIG)} = 4\sqrt{5} \text{ [cm]} \cdots \cdots (\text{答え})$$



(2)

これは相似しかないよね！

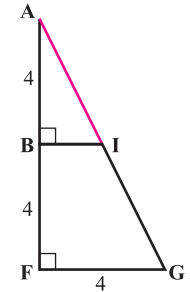
△ABI ∽ △AFG (条件：2角がそれぞれ等しい)

これより、

$$\begin{aligned}
 AB : AF &= AI : AG \\
 4 : 8 &= AI : 4\sqrt{5} \\
 8AI &= 4 \times 4\sqrt{5} \\
 AI &= \frac{2}{16} \sqrt{5} \times \frac{1}{8} \\
 &= 2\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

よって、

$$AI = 2\sqrt{5} \text{ [cm]} \cdots \cdots (\text{答え})$$



さあ～、これで旧課程の範囲はおわりです。が、新課程の方のため、ふんぱつしてもう一問ね！ なんなんだよ～！ マッタク！ 私は旧人です！ ぶ然

球の切り口

あのね、新(課程)人の方は、球に関しても考えないといけないんです。今度こそつぎの球の問題をやって、図形に関してはおわりになりますから、あと、ひと頑張り！ ヨロシク！ 汗

あとひと頑張りね・・・

問題 半径 R の球 O があります。

そこで、平面 P で平面と中心 O

の距離が d となるよう、右図の

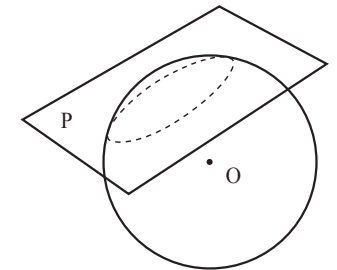
ように切り取りました。

このときできた切り口は、中心 O

から平面 P に下ろした垂線の足 H

を中心とする円になります。

そこで、この円の面積 S を求めてください。



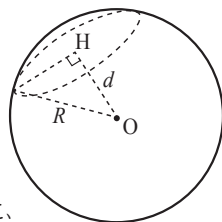
< 解説・解答 > 今回、問題の図には必要最小限の情報しか書き込んでありません。自ら問題文より情報を書き込み、よ～く考えてからページをめくってください。

「いかがですか？」もし、できなくても自ら図をかき、読み取った情報を書き込み、最低 15 分は考えてから解説を読んでもらえることを期待しています。

では、解説しながら解答を書いてみますよ！

まず、右図のように情報を書き込みましたか？

できれば、一歩進んで必要な部分だけを切り取った下の図がかければさらに良いですね！



すると、右下図より、切り口の円の半径を r とすると、 r は直角三角形 OAH の辺 AH の長さとなります。

そこで、球の半径が R より $OA = R$ 、また、平面 P と点 O の距離が d より $OH = d$ 。

よって、三平方の定理より、切り口の円の半径 r は

$$r^2 = R^2 - d^2$$

$$r > 0 \text{ より、} r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

となる。

したがって、切り口の面積 S は

$$S = \pi r^2$$

$$= \pi \times (\sqrt{R^2 - d^2})^2$$

$$= \pi (R^2 - d^2)$$

ゆえに、

$$S = \pi (R^2 - d^2) \cdots (\text{答え})$$

ちなみに、中 1 の復習として球の表面積と体積もすぐに求められます？
これは私がやっておきますね！ エッ！？ どっちがどっちだっけか…？？汗

$$\text{この球の表面積：} 4\pi R^2、\quad \text{球の体積：} \frac{4}{3}\pi R^3$$

となります。公式があいまいな方は、この時点ですぐに確認！

・・・無言・汗

図形における距離とは最短距離を意味するんです。よって、下線部から $OH = d$ と言えるんですね！
「覚えていました？」
当然！Vサイン！

中学 3 年

第 9 話

標本調査