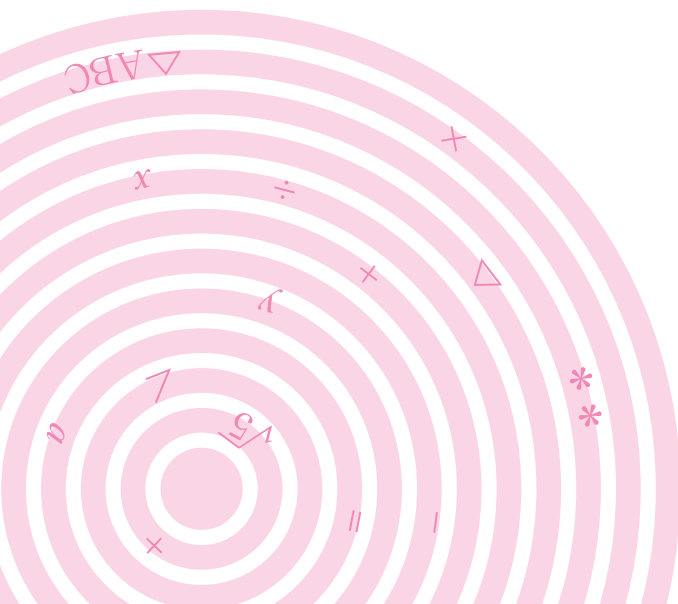




中学 1 年

第 8 話

# 資料の扱い方



XVIII 資料の活用

ここでの話は、雑然と与えられた資料（データ）をどのように整理すれば、見やすく、かつ情報が得られるか！？というもの。よって、コテコテの数学ではないので気楽に読み進めてください。ただし、新しい言葉がたくさん出てきますので、資料と共に言葉も混乱することなく頭の中で整理してくださいね！

整理は、苦手なんだよなぁ～！汗

では、まずはつぎの2つの資料をどのように整理するかのパターンを、はじめにお見せしておきます。

資料：地区学力試験での、A中学校のあるクラスの男女別数学の得点。

男子：52、63、43、57、66、40、51、69、74、64、59、55、  
70、65、47、78、60、77、67、80

女子：56、46、70、65、68、71、53、62、74、80、69、77、  
86、59、73、67、79、92、60、75

「一瞬、パッと見では、男女の得点に大きな差が見られないですね！」  
そこで、ここでは上記の資料を基に2つの表（度数分布表・相対度数）と3つのグラフ（ヒストグラム・度数分布多角形・相対度数と分布多角形）で表すことで、得点における男女間の違いを調べたいと思います。

また、資料全体の特徴を表す数値となる“代表値”（平均値・中央値・さいひんち最頻値）なども理解し、資料整理に活用していきましょう。

「いかがですか？」この時点ですでに多くの方が初めて耳にする言葉ばかりだと思います。うんうん！汗 でも、説明の中ではさらに新たな言葉が出てきますから、ゆっくりと読み進めていってください。・・・無言

そこで、上記の資料を先に代表的な表、グラフにして右ページにお見せしますので、それを見てイメージを作ってから説明を聞いてくださいな！

・度数分布表

男子の得点

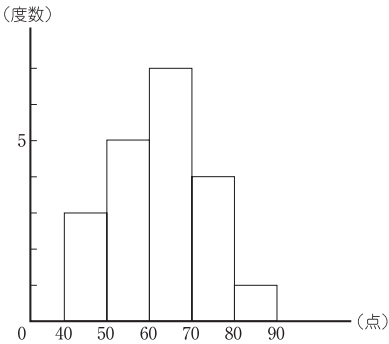
階級（点）	度数（人）
以上 未満 40 ～ 50	3
50 ～ 60	5
60 ～ 70	7
70 ～ 80	4
80 ～ 90	1

得点を一定の範囲ごとにまとめ、表にしました。

「だいぶ整理できたでしょ！？」

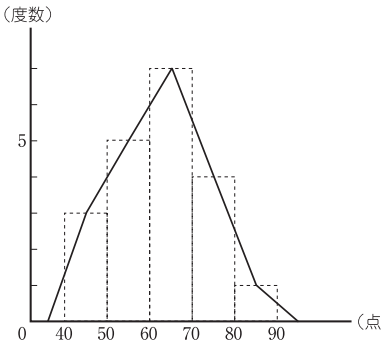
・階級、度数の意味はのちほど解説ね！

・ヒストグラム



左の度数分布表をたて軸（度数）、横軸（階級の幅）として、棒グラフで表しました。

・度数分布多角形



度数分布表の各階級値を結んだグラフで、より全体の特徴がつかめる！

よって、女子のを重ねること  
で違いが鮮明になります。

・相対度数

男子の得点

階級（点）	度数（人）	相対度数
以上 未満 40 ～ 50	3	0.15
50 ～ 60	5	0.25
60 ～ 70	7	0.35
70 ～ 80	4	0.2
80 ～ 90	1	0.05
計	20	1.00

相対度数は、全体に対する各範囲の割合ゆえ、全体量が違うもの  
どうしても比較できる利点がある。

## 度数分布表

前ページで大まかなものをお見せしてありますので、ここでは説明をしながら、一緒に残りの女子に関して**度数分布表**をかいていきましょう。

女子：56、46、**70**、65、68、71、53、62、74、**80**、69、77、  
86、59、73、67、79、92、**60**、75

まず、度数分布表とは「与えられた資料（数値）の個数のことを**度数**と呼び、その個数（**度数**）が設定した各区分（**階級**）の範囲（**階級の幅**）に何個ずつ広がって（**分布**して）いるかをあらわす表」のことを言います。

今の説明を先ほどの「男子の度数分布表」と照らし合わせて頂ければ理解してもらえるでしょ！？

理屈は簡単なんですが、実はここでの注意点は

「どのような範囲（**階級の幅**）で**階級**を区分するか？」

今回はテストの得点ゆえ、階級の幅を10点で階級区分しましたが、「自分なら階級の幅を5点にする！」と思われる方もいるはず。まあ～ねえ～

そこで、女子に関しては、幅を5点と10点の両方をかいてみますよ！

女子の得点（幅：5点）

階級（点）	度数（人）
以上 未満	
45 ～ 50	1
50 ～ 55	1
55 ～ 60	2
<b>60 ～ 65</b>	2
65 ～ 70	4
<b>70 ～ 75</b>	4
75 ～ 80	3
<b>80 ～ 85</b>	1
85 ～ 90	1
90 ～ 95	1
計	20

女子の得点（幅：10点）

階級（点）	度数（人）
以上 未満	
40 ～ 50	1
50 ～ 60	3
<b>60 ～ 70</b>	6
<b>70 ～ 80</b>	7
<b>80 ～ 90</b>	2
90 ～ 100	1
計	20

補：表をかく上での注意点！

- ・階級は「～以上～未満」で表す。
- ・未満は「より小さい」と同義語と考え、上の資料での**赤字 60、70、80**は、表の赤で示した階級に含まれる。

## ヒストグラム

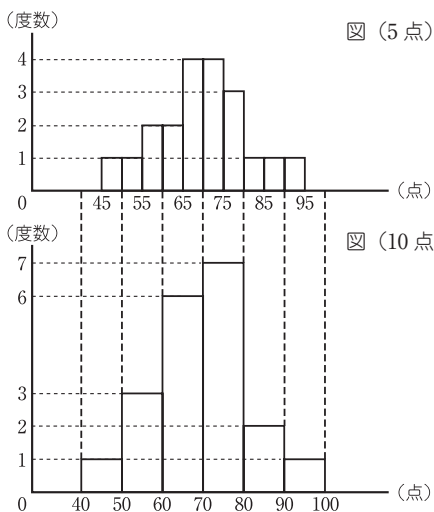
雑然とした資料を階級で区分するとだいぶ見やすくなりましたよね！

でも、**もっと特徴**がわかるようにするために今度は棒状のグラフで表現してみよう

- ・たて軸を**度数**
- ・横軸を**階級の幅**

としてかいたものが、右図の“**ヒストグラム（柱状グラフ）**”です。

このようにグラフで表されると、資料全体の特徴がわかりやすくなりますね！ただ、幅の違いによる差は微妙でしょうか！？

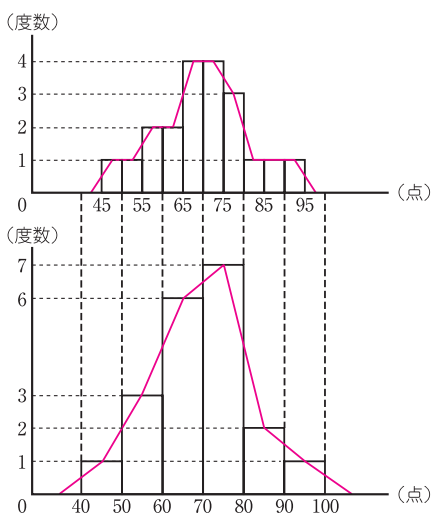


## 度数分布多角形

今度は**さらに特徴**がわかるようにしたいと考え、ヒストグラムの長方形の上の辺の中点（**階級値**：階級の真ん中の値）をとり、点を結ぶと右図の**度数折れ線グラフ**になります。

このグラフを見る限りでは、幅10点のグラフの方が資料全体の特徴がより表れていると思いませんか！？

このように、全体の特徴を視覚的に読み取りたい場合、階級の幅設定の重要さに気づかされるんですね！う～ん！ナルホドネェ～…深い

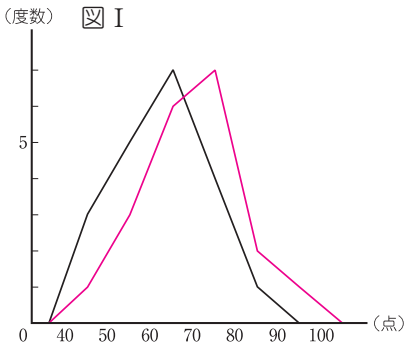


では、ここで男子・女子の度数折れ線グラフを重ねてみますよ！  
「いかかですか？」

図Ⅰの重ねた折れ線グラフと図Ⅱの  
度数分布表との比較では、折れ線グラ  
フの方がハッキリ比較できるでしょ！？

質 問：図Ⅰの2つの折れ線グラフ  
から、点数の分布について、  
気づいた点を言ってみましょう！

(解答例：女子の方が全体的に10点右へズレている。)



いったい誰に言うんだよ～！？汗

図Ⅱ

男子の得点

階級 (点)	度数 (人)
以上 未満	
40 ～ 50	3
50 ～ 60	5
60 ～ 70	7
70 ～ 80	4
80 ～ 90	1
90 ～ 100	0
計	20

女子の得点

階級 (点)	度数 (人)
以上 未満	
40 ～ 50	1
50 ～ 60	3
60 ～ 70	6
70 ～ 80	7
80 ～ 90	2
90 ～ 100	1
計	20

## 相 対 度 数

さてさて、ここでA中学と同地区の女子  
校も学力試験に参加し、あるクラスの数  
学の成績の度数分布表が手に入りました。  
そこで、A中学の女子と比較してみたいと。  
でも、女子の人数が20人と40人ゆえ、  
度数分布表では比較が難しい。

女子の得点 (女子校)

階級 (点)	度数 (人)
以上 未満	
40 ～ 50	5
50 ～ 60	7
60 ～ 70	12
70 ～ 80	10
80 ～ 90	4
90 ～ 100	2
計	40

そこで、資料の数に大きな差があるときに有効な比較方法があるんです。  
それは“**相対度数**”なんですね！

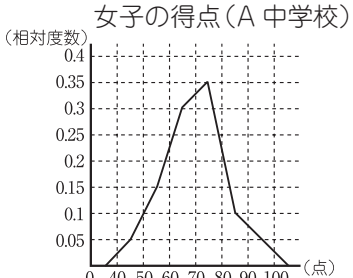
**相対度数**：ある階級の度数の全体に対する割合

$$\text{相対度数} = \frac{\text{ある階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

全体に対する各階級の割合で比較すれば、資料の大小に関係なく比較が  
できるでしょ！？ そこで、**たて軸に相対度数、横軸に得点**をとり階級値に  
対する相対度数を点として結んだ折れ線グラフを一緒にかいてみましょう。

女子の得点 (A 中学校)

階級 (点)	度数 (人)	相対度数
以上 未満		
40 ～ 50	1	0.05
50 ～ 60	3	.....
60 ～ 70	6	0.3
70 ～ 80	7	.....
80 ～ 90	2	0.1
90 ～ 100	1	.....
計	20	1.00



### <相対度数の求め方！>

度数の合計：20  
以上 未満  
階級：40 ～ 50 →  $\frac{1}{20} = 0.05$   
階級：60 ～ 70 →  $\frac{6}{20} = 0.3$   
階級：80 ～ 90 →  $\frac{2}{20} = 0.1$

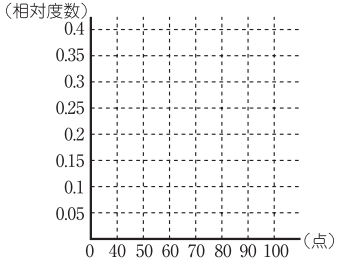
練 習：上下の表の赤下線部、お  
よび女子校に関する右下のグラフも  
完成させてみましょう。

女子の得点 (女子校)

階級 (点)	度数 (人)	相対度数
以上 未満		
40 ～ 50	5	.....
50 ～ 60	7	.....
60 ～ 70	12	.....
70 ～ 80	10	.....
80 ～ 90	4	.....
90 ～ 100	2	.....
計	40	.....

A 中学校のグラフを参考  
にかいてみてください！

女子の得点 (女子校)

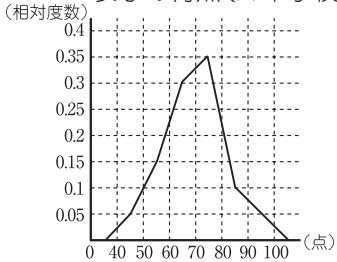


「相対度数を求め、グラフも自分なりにかけましたか？」 たぶん…汗  
では、下の表およびグラフで確認してくださいね！

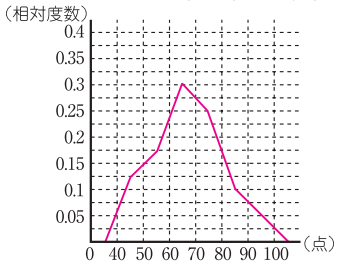
女子の得点 (A 中学校)

階級 (点)	度数 (人)	相対度数
以上 未満 40 ~ 50	1	0.05
50 ~ 60	3	0.15
60 ~ 70	6	0.3
70 ~ 80	7	0.35
80 ~ 90	2	0.1
90 ~ 100	1	0.05
計	20	1.00

女子の得点 (A 中学校)



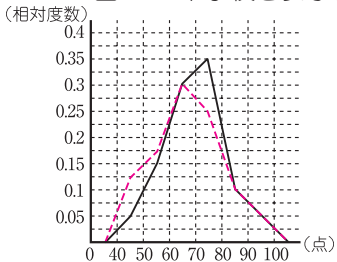
女子の得点 (女子校)



女子の得点 (女子校)

階級 (点)	度数 (人)	相対度数
以上 未満 40 ~ 50	5	0.125
50 ~ 60	7	0.175
60 ~ 70	12	0.3
70 ~ 80	10	0.25
80 ~ 90	4	0.1
90 ~ 100	2	0.05
計	40	1.00

図Ⅲ A 中学校と女子校



図Ⅲの相対度数での比較は強力でしょ!?

ここまでのお話は、資料を“データ”と言い換えただけでまったく同じ内容を高校の数学Ⅰでもやるんです。それなら今やらなくても私は思ってしまうんですが、昨今、社会では統計の知識が強く求められてきています。よって、資料の整理(統計の入り口)ぐらい、早いうちに触れておくのも良いかと！

では、そろそろこの辺で問題を通して、一緒に理解の度合いを確認しておきましょう。

**問題** 以下の資料は「徒歩で自宅から駅までの所要時間(分)」です。

つぎの各問いについて答えてみましょう。

10、22、27、19、5、33、24、  
43、20、35、18、7、25、30、  
45、38、13、29、40、36

階級(分)	度数(人)	相対度数
以上 未満 0 ~ 10		
10 ~ 20		
20 ~ 30		
30 ~ 40		
40 ~ 50		
計		

- (1) 右の表を完成してください。
- (2) 階級の幅はどれだけですか？
- (3) 一番度数が多いのは何人で、どの階級ですか？
- (4) 所要時間が少ない方から13番目の人が入る階級はどれですか？
- (5) 所要時間が30分未満の人は、全体の何%ですか？

< 解説・解答 >

(1) 右表参照。

(2) 階級の幅とは、

階級の範囲ゆえ 10 分・・・(こたえ)

(3) 一番多い度数は 6 人・・・(こたえ)

階級：20 以上 30 未満・・・(こたえ)

(4) 階級：30 以上 40 未満・・・(こたえ)

(5) 30 分未満の度数合計は 12 (= 2 + 4 + 6) より、

$$\frac{12}{20} \times 100 = 0.6 \times 100 = 60$$

60%・・・(こたえ)

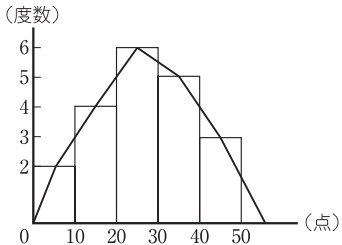
補：実は、30 未満の相対度数の総和で求められます。

$$0.1 + 0.2 + 0.3 = 0.6 \\ 0.6 \times 100 = 60 (\%)$$

階級(分)	度数(人)	相対度数
以上 未満 0 ~ 10	2	0.1
10 ~ 20	4	0.2
20 ~ 30	6	0.3
30 ~ 40	5	0.25
40 ~ 50	3	0.15
計	20	1.00

**補 足**：(1) 度数分布表より、**ヒストグラム**および、**度数折れ線グラフ**も示しておきますね！

ちなみに、折れ線グラフは各**階級値**(**階級の真ん中の値**)を結んだものです。



## XIX 代表値と散らばり

先ほどまでは、多くの資料を表およびグラフなどの形に整理することで、資料全体の特徴を読み取ろうとしてきました。

しかし、今回はそのような視覚的なものに頼ることはしません。

ここでのお話の内容は、

「**資料の特徴を数値ひとつで表し**、その数値を資料における“**代表値**”としようではないか！」というモノです！ 意味不明・・・

資料における代表値を表す言葉には3つありますが、ご存知ですか？  
そこで、言葉だけ先にお見せしましょう。

## 代表値の候補！

- ① <sup>へいきんち</sup>平均値      ② <sup>ちゅうおうち</sup>中央値（メジアン）      ③ <sup>さいひんち</sup>最頻値（モード）

たぶん、①平均値ぐらいは想像がつくとは思いますが、残りの②③は初めて耳に（目に？）する言葉だと思います。

早速、つぎの資料を基に①～③の順に説明を始め、この資料の代表値を決めてみましょう。

## 資料：「中学1年生の月額のお小遣い」（円）

900, 1000, 500, 10000, 500, 1000, 0, 5000, 2000, 1000,  
500, 900, 1000, 1000, 900, 5000, 900, 500, 1000, 500

中学生のみなさん、また、大人の方々は中学1年生のときお小遣いをいくらもらっていますか（いましたか）？

ちなみに、今現在、中学1年生のお小遣いの相場は約1000円前後のようですね！

では、まずは①の**平均値**から始めることにしましょう。

## 平均値

例えばテストで「平均点は56点です」と言われたら、ほとんどの方は「クラス全員の点数の総和を人数の総和で割った値」と思うでしょ！

当然、それで正解でして、平均値とは、この56点のことを言います。

そこで、はじめはつぎの問題から考えていきたいと思います。

**問題** つぎの度数分布表は、中学1年生の垂直跳びの結果です。  
この表から平均値を求めてください。

跳んだ高さ (cm)	度数
以上 未満	
30 ～ 35	2
35 ～ 40	2
40 ～ 45	2
45 ～ 50	7
50 ～ 55	3
55 ～ 60	2
60 ～ 65	2
計	20

## &lt; 解説・解答 &gt;

「多くの方が各自の記録がないから無理！」と思われるのではないでしょうが、「ハイ！ 当然、正確な平均値を求めることはできません」が、大まかな平均値なら求められるんです。このように**度数分布表から平均値を求める**ときは、各階級の人はずべて、その**階級値の高さを跳んだ**と考えるんです。

（資料の個々の値の和） $\div$  {（各**階級値**） $\times$ （**度数**）} の総和・・・（\*）

そこで、（\*）より  $\uparrow$  **階級値**：階級の幅の真ん中の値！

$$32.5 \times 2 + 37.5 \times 2 + 42.5 \times 2 + 47.5 \times 7 \\ + 52.5 \times 3 + 57.5 \times 2 + 62.5 \times 2 = 955$$

よって、**平均値** = （資料の個々の値の和） $\div$  （資料の個数）より

$$955 \div 20 = 47.75 \quad \text{平均値は } 47.75 \quad \dots \text{（こたえ）}$$

「いかがですか？」たぶん、「こんなアバウトでいいの！？」と思っているでしょ！ そこで、実際の資料で平均値を求めてみますよ！

$$56 + 46 + 34 + 60 + 54 + 43 + 37 + 47 + 41 + 48 + 36 + 46 + 52 + 61 + 55 + 46 + 34 + 45 + 48 + 54 = 943$$

$$\text{平均値} = 943 \div 20 = 47.15 \quad \text{ホラ！近い値でしょ！}$$



では、スタート地点の「中学1年生の月額のお小遣い」の話に戻しましょう。

そこで、早速、資料から平均値を求めてみますか！

$900 + 1000 + 500 + 10000 + 500 + 1000 + 0 + 5000 + 2000 + 1000 + 500$   
 $+ 900 + 1000 + 1000 + 900 + 5000 + 900 + 500 + 1000 + 500 = 34100$   
 よって、平均値は、

$34100 \div 20 = 1705$       平均値は 1705 円 . . . . (こたえ)

ここで質問ね！「この平均値をこの資料の代表値にできると思いますか？」

資料をパッと見てスグに違和感のある数値に気づきますよね！？

特に「 $10000 \times 1$ 」と「 $5000 \times 2$ 」。あと強いて言えば「 $0 \times 1$ 」。

そこで、上の式の赤字値を除いての平均値を求めてみると、

$(34100 - 20000) \div 17 = 829.41$  . . . . ①

また、「 $0 \times 1$ 」も除いて平均を求めると

$(34100 - 20000) \div 16 = 881.25$  . . . . ②

たぶん、多くの人が資料全体を見渡して中学1年生のお小遣いとして感覚的に妥当と思う平均値は、①または②であり、1705円ではないはず！？

では、つぎの候補“中央値”で調べてみましょう。

## 中央値

この“中央値”は読んで字のごとく「中央の値」をさがすだけなのでとても簡単！でも、ただひとつだけ面倒な作業があるのね！ナニナニ計算か？汗  
 では、作業の説明込みで“中央値”についてまとめておきます。

### 中央値（メジアン）

資料を値の大きい順にならべたときの中央の値を言う。

・資料の個数が奇数のとき：中央の値が中央値となる。

例：7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 ← 左から4番目が中央の値ゆえ、4が中央値！

・資料の個数が偶数のとき：中央に2つの値が並ぶので、その2つの平均が中央値となる。

例：8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 ← 5と4が中央の値ゆえ、平均を求めて  
 $(5 + 4) \div 2 = 4.5$       よって、4.5が中央値！

さて、作業の内容はわかって頂けたと思いますので、  
 早速、例の資料を大きい順にならべてみましょう。めんどろ～  
 資料を並べておきますので、皆さんも確認してください。

資料：「中学1年生の月額のお小遣い」（円）

900, 1000, 500, 10000, 500, 1000, 0, 5000, 2000, 1000,  
 500, 900, 1000, 1000, 900, 5000, 900, 500, 1000, 500,

頑張って大きい順に並べると右のようになります。ちなみに、②番目の0（ゼロ）を忘れないでくださいよ！笑

すると、資料は20個より偶数なので、

“中央の⑩⑪番目の平均”が中央値となります。

だから、 $(1000 + 900) \div 2 = 950$  よって、中央値は950円  
 この950円はなんとなく感覚的に妥当な値ですよ！

「アッ！そうだ！ ごめんなさい！」

中央値の特色を言い忘れていたので、最後になりましたが付け加えておきますよ！

この中央値は、大きい値から小さい方へと数えていくので、違和感のある大きな（または、小さな）資料を無視できる。

左ページで求めた“平均値と①②”を比較してもらえればわかるように、平均値はかけ離れた値の影響をまともに受ける。

その点で、中央値は異常な値の影響を受けないという利点がある訳！

では、最後の候補“最頻値”でも調べてみましょう。

①	10000
②	5000
③	5000
④	2000
⑤	1000
⑥	1000
⑦	1000
⑧	1000
⑨	1000
⑩	1000
⑪	900
⑫	900
⑬	900
⑭	900
⑮	500
⑯	500
⑰	500
⑱	500
⑲	500
⑳	0

## 最頻値

これは一番簡単です。

**最頻値（モード）：一番多く現われる値**

だから、資料を右のような表にまとめれば楽勝です！  
日本人の我々はやはり**正**の字での表記が一番ですね。

よって、右表より、**最頻値は、1000 円**

金額	
0	一
500	正
900	正
1000	正一
2000	一
5000	丁
10000	一

この最頻値を代表値とする例としては、帽子がすぐに浮かびますね！ エッ？なんで？ 実は先日、帽子を購入しにいくと、サイズの合うものがほとんどない！ ちなみに私の頭の大きさはナント 3L！汗他のサイズならたくさんの種類があるのに、3L はたったの 2 種類だけ…。この大きさが最頻値を得るとは思えないしなあ…涙。よって、どれが一番よく売れるサイズかを調べ、仕入れ量を決めるにはこの最頻値を代表値にするのが適切でしょ！？ 頭デカいんだ！笑 「うるさい！」

よって、それぞれの特徴を理解し代表値を選ぶようにしましょう。

ちなみに、今回のお小遣いに関しては、**中央値**または**最頻値**を**代表値**としてよいのではないのでしょうか！？

では、一応問題を通して理解できているか確認しておきましょう。

**問題** 数学のテストの点数を並べてみました。メジアン（中央値）と平均値を求めてください。 7, 6, 5, 8, 4, 9, 7, 2, 6, 4, 5, 3（点）

## &lt; 解説・解答 &gt;

大きい順に並べると、偶数個より「9, 8, 7, 7, 6, **6**, **5**, 5, 4, 4, 3, 2」左から **6 番目**、**7 番目の平均がメジアン**になり、 $(6 + 5) \div 2 = 5.5$  また、平均は、 $(9 + 8 + 7 + 7 + 6 + 6 + 5 + 5 + 4 + 4 + 3 + 2) \div 12 = 5.5$  よって、メジアン：5.5 点 平均値：5.5 点・・・（こたえ）

## 散らばり

さてさて、代表値についての知識を得たところで、つぎの情報からどのような判断をするか聞いてみたいと思います。

今日、バスケットの試合があり各チームの情報はつぎのようなものです。

**A チーム：平均身長が 170cm、身長中央値が 169.5cm**

**B チーム：平均身長が 170.125cm、身長中央値が 169.5cm**

さあ～、どちらのチームが有利だと思いますか？

代表値の知識から考えれば、平均身長もほとんど一緒だし、また、中央値が等しいことから、かけ離れた身長の選手がいなさそうだし…！？

でも、実は、片方が信じられないような資料なんです。

A : 176, 172, 170, **170, 169**, 168, 168, 167 (cm)

B : 179, 178, 176, **175, 164**, 164, 163, 162 (cm)

中央値

大きい順に並べましたが、まだビーンときませよね？ マッタクわからん！

そこで、今度は**資料の分布の範囲**を調べてみましょう。

資料の最大値と最小値の差を、**分布の範囲（レンジ）**と呼ぶ。

**範囲 = 最大値 - 最小値**

すると、

$$A : 176 - 167 = 9$$

$$B : 179 - 162 = 17$$

となり、B の範囲が広いですよ！

そこで、**度数分布表**をかいてみました。

すると…

あちゃ～…驚

このように**散らばり**も意識する必要があることを覚えておいてください。

身長 (cm)	度数 (A)	度数 (B)
以上 未満		
162 ～ 165	<b>0</b>	4
165 ～ 168	1	<b>0</b>
168 ～ 171	5	<b>0</b>
171 ～ 174	1	<b>0</b>
174 ～ 177	1	2
177 ～ 180	<b>0</b>	2
計	8	8



## XX 近似値と計算

## 有効数字

今、A 地点から木の根元までの距離を巻尺でできるだけ正確に測ってみたら「12m32cm」でした。

さて、ここで質問です。「皆さんはこの値をどこまで信用しますか？」

私なら「12m までは認めるけど、cm の単位ではせいぜい 30cm 前後かな!？」と考えてしまい、m の単位までしか信用しないでしょう。

そこで、「どうすればより正しい距離が求められると思います？」

一番簡単な方法としては、「何人かの人に測ってもらい平均値を求める」「何個か別の巻尺で測り、その平均値を求める」などが考えられますが、しかし、それでも末尾の値は信用できませんよね! うんうん!

すると、この巻尺で測った値は正しい値ではなく、あくまでそれに近い値、いわゆる“近似値”なんです。

「真の値に近い値のことを、“近似値”と呼ぶ!」

では、もっと身近なところで考えてみますよ。

右の線分をミリ(mm)の単位で図てみたら、  
40mm でした。でも、だからと言って「これを 4cm と表しているのか?」  
と言われれば疑問符がつくのですが、この感覚わかります? ビミョウ…汗

例えば、「線分の末端が 40mm の目盛よりほんのわずか、微妙に出ているような気がする感覚の場合でも、たいていの人は 4cm としちゃいますよね!？」でも、本当は(もしかすると) 4.01cm かもしれないでしょ?

となると、先ほどの「40mm = 4cm」の表記はおおざっぱに感じませんか? では、このとき「どのように cm で表記をすればよいのか?」

この場合「40mm = 4.0cm」と表記することが望ましいんですよ。  
こうであれば「mm の単位までは信用していいですよ!」ということの意味し、「4 と 0 は有効な値」、いわゆる、“有効数字”となります。…???  
突然、「有効数字」と言われてもわかりませんよね! ごめんなさい。汗

「有効数字とは、測定器で測定できる値の有効(信じられる)な桁数の数字であり、また、有効数字の一番小さい桁には誤差が含まれる」ナルホド~!

となると、先ほどの「4.0cm」に関して言えば、「4 と 0 は有効数字」であり、有効数字は“2 桁”と表現します。

ちなみに、有効数字の桁数は「左側(一番大きい位)からの個数」です。

そこで、“有効数字の表し方”なんですけど、これは方法を知らないとな案外、間違いやすいのでお話ししておきましょう。

「アッ! その前に“四捨五入の確認ね!”

末尾が 4 (4,3,2,1,0) 以下は捨て、5 (5,6,7,8,9) 以上はつぎの位に入れる!

例: 小数第 2 位を四捨五入する

・ 4 (4,3,2,1,0) 以下は切り捨て

1.10 = 1.1、1.11 = 1.1、1.12 = 1.1、1.13 = 1.1、1.14 = 1.1

・ 5 (5,6,7,8,9) 以上は切り上げ

1.15 = 1.2、1.16 = 1.2、1.17 = 1.2、1.18 = 1.2、1.19 = 1.2

では、本題へ!“有効数字の表し方”

基本の表記は、「(一桁の整数+小数) × 10<sup>n</sup> (10<sup>n</sup>とは、10 の累乗のこと)」

例 1: 27460m の長さにおいて、

・ 有効数字 5 桁の場合、2.7460 × 10<sup>4</sup> (= 2.7460 × 10000)

・ 有効数字 4 桁の場合(左から 5 番目の数を四捨五入)

2.746 × 10<sup>4</sup> (= 2.746 × 10000)

・ 有効数字 3 桁の場合(左から 5 → 4 番目の順に四捨五入)

2.75 × 10<sup>4</sup> (= 2.75 × 10000)

・ 有効数字 2 桁の場合(左から 5 → 4 → 3 番目の順に四捨五入)

2.8 × 10<sup>4</sup> (= 2.8 × 10000)

27460 の四捨五入の流れ!

・ 5 番目四捨五入: 2.7460 → 2.746

・ 4 番目四捨五入: 2.746 → 2.75

・ 3 番目四捨五入: 2.75 → 2.8

**問題** 稚内駅（北海道）～鹿児島中央駅（鹿児島県）までの距離を

3069.5 [km] とし、つぎの各問いについて考えてみましょう。

- (1) 有効数字 4 桁で表してください。
- (2) 有効数字 3 桁で表してください。
- (3) 有効数字 2 桁で表してください。

### < 解説・解答 >

(1) 3069.5 を左（一番大きい桁）から 4 個の数字で表現するので、

“小数第 1 位を四捨五入し、10 の累乗で表現します。

よって、3069.5 に関して「5 を四捨五入し、9 が 10 になる」ゆえ、

“小数第 1 位”を四捨五入すると、「3069.5 → 3070」となる。

したがって、有効数字 4 桁で表すと、 $3.070 \times 10^3$  [km]・・・(こたえ)

(2) 3069.5 を左（一番大きい桁）から 3 個の数字で表現するので、

“小数第 1 位”と“1 の位”を四捨五入し、10 の累乗で表現します。

よって、3069.5 に関して「5 を四捨五入し、3070」。そして、つぎに 1 の位を四捨五入することで、「3070 → 3070」となる。

したがって、有効数字 3 桁で表すと、 $3.07 \times 10^3$  [km]・・・(こたえ)

(3) 3069.5 を左（一番大きい桁）から 2 個の数字で表現するので、

“小数第 1 位”“一の位”そして、“十の位”を四捨五入し、10 の累乗で表現します。

よって、3069.5 に関して「5 を四捨五入し、3070」。つぎに“1 の位”を四捨五入することで、「3070 → 3070」。そして、“十の位”7 を四捨五入することで、「3070 → 3100」となる。

したがって、有効数字 2 桁で表すと、 $3.1 \times 10^3$  [km]・・・(こたえ)

「いかがですか？」なんとなく有効数字の表し方の流れが見えてきたでしょうか？ では、今度は別の視点から考えてみますよ！ 意味不明！汗

**問題** つぎの測定値は、どの位まで測定したものでしょう。

(1)  $2.41 \times 10^3$  [cm] (2)  $4.8 \times 10^2$  [cm<sup>3</sup>] (3)  $3.10 \times 10^3$  [g]

### < 解説・解答 >

考え方としては、10 の累乗の計算をして各有効数字の**末の数字の位が測定した位**となる。

(1)  $2.41 \times 10^3 = 2.41 \times 1000 = 2410$  (←有効数字 3 桁:2,4,1)

よって、有効数字の末の数字の位が 10 の位ゆえ、10 [cm] の位 (こたえ)

(2)  $4.8 \times 10^2 = 4.8 \times 100 = 480$  (←有効数字 2 桁:4,8)

よって、有効数字の末の数字の位が 10 の位ゆえ、10 [cm<sup>3</sup>] の位 (こたえ)

(3)  $3.10 \times 10^3 = 3.10 \times 1000 = 3100$  (←有効数字 3 桁:3,1,0)

よって、有効数字の末の数字の位が 10 の位ゆえ、10 [g] の位 (こたえ)

## 近似値計算

有効数字に関してはだいぶ長くお話ししましたので、たぶん理解していただけたかと！？ そこで、つぎにみなさんが案外計算方法を知らないであろう**“近似値計算”**のお話をしたいと思います。

近似値計算では、「和・差の場合」と「積・商の場合」とでは計算方法に違いがありますが、ご存知ですか？ 知らない！知らない・・・？汗

### \* 近似値計算の和と差について

**方針：有効数字の最後の位を、位の高い方に合わせてから計算。**

例： $12.3 + 3.15 \rightarrow 12.3 + 3.2 = 15.5$  (こたえ)

12.3 の最後の位は小数第 1 位。3.15 の最後の位は小数第 2 位。

よって、**最後の位が高い方は小数第 1 位**より、3.15 の小数第 2 位を四捨五入し最後の位を**小数第 1 位**に合わせ **3.2** として計算する。

たぶん、多くの方が「なぜ最後の位を高い方に合わせるの？」と、疑問

に思われるかと！？

うんうん！なんでだ！？

理由は、この与えられた数値は近似値ゆえ、12.3の値をさらに正確に測ったら、もしかすると“12.36”または、“12.31”かもしれないでしょ！？すると“12.36 + 3.15 = 15.51”または“12.31 + 3.15 = 15.46”となり、ハッキリとしない小数第2位の数で小数第1位が影響を受けたりと、小数第2位以下の計算自体、意味のないものになってしまうんです。

近似値自体、末位には誤差が含まれているのでその影響をできるだけなくすため、和・差の計算時は最後の位を位の高い方に合わせて計算する訳なんです！

う〜ん、と言うことは、有効数字の末尾は常に曖昧な訳が…！

では、練習をしてみましょう。

**問題** つぎの近似値計算をしてみましょう。

(1)  $112 + 32.7$

(2)  $48.12 - 9.364$

**< 解説・解答 >** 末尾の位を高い方に合わせてから計算だよ！

(1) 末尾を“1の位”に合わせて計算。よって、“32.7”の小数第1位を四捨五入し、“33”として計算。

よって、 $112 + 33 = 145 \dots\dots$  (こたえ)

(2) 末尾を“小数第2位”に合わせて計算。よって、“9.364”の小数第3位を四捨五入し、“9.36”として計算。

よって、 $48.12 - 9.36 = 38.76 \dots\dots$  (こたえ)

**\* 近似値計算の積と商について**

**方針：有効数字の桁数を一番少ないものにそろえて計算し、結果の桁数も同じにする。**

例： $9.1 \times 113.5 \rightarrow 9.1 \times 110 = 1001 \rightarrow 1000$  (こたえ)

有効数字が2桁と4桁ゆえ、有効数字を一番少ない**2桁に合わせ**“113.5”

の頭2個を残し、1の位以下を四捨五入し“110”として計算。

この理由もお話ししますね！

積の場合、位を合わせて計算する必要がないゆえ、有効数字の桁数が重要になります。そこで、“9.1”をより正確に測ったら、9.104だったとし“9.104 × 113.5”

$$\begin{array}{r} 9.104 \\ \times 113.5 \\ \hline 45520 \\ 27312 \\ 9104 \\ 9104 \\ \hline 1033.3040 \end{array}$$

赤字の部分はすべて信用できない数。よって、十の位の値も当然、グレーになるでしょ！？

の計算をしてみます。すると、右の計算でわかるように、**結果は(少なくとも)頭の2個“1と0”以外は全く信用できないでしょ！？**よって、近似値の積では有効数字を一番少ない桁に合わせ、かつ、結果も有効数字の一番少ない桁数に合わせて問題ない訳なんです。ちなみに、当然、商も同じ理屈です。では、練習をしてみましょう。

**問題** つぎの近似値計算をしてみましょう。

(1)  $3.23 \times 4.5$

(2)  $42.1 \div 11.24$

**< 解説・解答 >** 桁数を一番少ない方に合わせて計算だよ！

(1) 桁数を2桁に合わせて計算。よって、“3.23”の小数第2位を四捨五入し“3.2”として計算。そして、結果も四捨五入し2桁で表す。

よって、 $3.2 \times 4.5 = 14.4$  ゆえに、14 (こたえ)

(2) 桁数を3桁に合わせて計算。よって、“11.24”の小数第2位を四捨五入し“11.2”として計算。そして、結果も四捨五入し3桁で表す。

よって、 $42.1 \div 11.2 = 3.7568$  ゆえに、3.76 (こたえ)

(↑有効数字3桁ゆえ、小数第3位まで計算し、小数第4位を四捨五入)

## 近似値と誤差

さて、近似値があるならば、**真の値**がないと変でしょ！すると、当然、真の値との誤差が生じる。そこで、この誤差について考えてみましょう。では、みなさんに「この誤差を求める計算式はナニ？」と聞けば、たぶん多くの方が、つぎのように答えるのではないのでしょうか？

(誤差) = (真の値) - (近似値) エッ！？ちがうの…？汗

残念ですが違うんですね！ 正しくはつぎのように計算します。

$$(\text{誤差}) = (\text{近似値}) - (\text{真の値})$$

あのね！ 近似値は真の値に対して、大きかったり、小さかったりするでしょ！ よって、誤差には、**正の誤差**と**負の誤差**が考えられるので、誤差とは、**誤差の絶対値を意味する**んですね！

そこで、「**真の値が存在する範囲**」を近似値を利用して表すとどうなるか？」を考えてみたいと。

ある真の値  $x$  の小数第 1 位を四捨五入したら、15 になった。すると、このときの  $x$  の範囲は、つぎのように表せます。



「大丈夫？」14.5 以上（14.6、14.7、14.8、14.9）で小数第 1 位を四捨五入すれば、すべて 15 になり、また、15.5 より小さい数（15.4、15.3、15.2、15.1）の小数第 1 位を四捨五入すれば、すべて 15 になるでしょ！

このように、四捨五入と不等号の意味を理解していれば、真の値が存在する範囲を表すのは、さほど難しいことではないと思います。

では、早速問題を通して練習し、中学 1 年の項目を終了してしましましょう。

**問題** つぎの各値は、ある数  $x$  を（ ）内の位を四捨五入したものです。

そこで、つぎの各  $x$  の範囲を不等号を使って表してみましょう。

- (1) 1200 (1 の位)                      (2) 27.9 (小数第 2 位)

### < 解説・解答 >

- (1)  $1195 \leq x < 1205$  (こたえ)    (2)  $27.85 \leq x < 27.95$  (こたえ)

この解答に関しては、上記で丁寧に説明したと思いますので（こたえ）だけで許してくださいね！

では、以上で中学 1 年の数学を終わりにします。

**お疲れ様でした！**

ふ～、疲れたよ～！汗・涙