

第1章 プロローグ

この章のねらいは以下のとおりである。

(1) 関数って？

関数といえば、中学校の数学で学び始め、その後かなりの時間をかけて学校で学んだ「ハズ」である。ところが「関数とは？」とあらためて問われると、多くの場合、答に窮してしまう。中には、

「数には、自然数と実数と関数がある」

などと、数の種類の一つだと思っている人もいる。また、

「関数とは、 $y = x^2$ というような式のこと」

「関数とは、放物線などのグラフのこと」

と答える人は多い。関数は数の種類という答えに比べればずっといいのだが、やっぱり一面的すぎる。

中学で学び始める関数は、やがて高校で学ぶ微分積分につながっていく。しかしどうやら、微分積分以前の、「関数そのものの理解」に弱点、難点があると思うがどうだろうか。そこを克服しよう、というのが第一のねらいである。

(2) 包括的に学ぶ

関数という数学的概念は、歴史上次第に定義が一般化されてきた。20世紀以降は、写像、変換、対応というような数学上の概念を包含し、+、-、×、÷（加減乗除）の演算も立派な関数（2変数の関数）

である。したがってあらゆる数学の分野で陰に陽に使われ、大活躍している。

それなのに、基本概念である関数の全体像を「まとめて学ぶ機会」が一度もなかったのではないか。それが思い違いやあいまいな理解の原因になってはいないか。

曲がりなりにも、「包括的学習のチャンス」を提供したい、これが第二のねらいである。

(3) 表計算ソフトの普及

ここ20年間ほど、関数をとりまく社会的状況に大きな変化があった。

それは、パソコンの表計算ソフトが急速に一般化して、関数という用語が以前に増して「大衆化」したことである。たとえば、Excel というソフトには、なんと300以上の関数が用意されている。

表計算ソフト普及に伴う、いわば「関数の大衆化時代」を迎えて、関数の意味をできるだけきちんととらえておくことは大切ではないか、これが第三のねらいである。

1-1 英語では function (機能・はたらき)

プロローグで触れたように

「関数とは？」

という問いかけに、関数を数の種類と誤解して「数には自然数や関数などがある」と答える人がいる。

関数という数、そんなものはない。関数は数の種類ではない。

では、関数とは何か？「はたらき」のこと、これが正解である。

関数という日本語はもともと英語の *function* (ファンクション) の訳である。辞書を見るとわかるがこの単語の意味は「機能」あるいは「はたらき」のことである。

function [fʌŋkʃən]

n. 機能、働き；

【文法】機能；任務；職務；儀式；会合、催し；

【数】関数

vi. 作用 [機能] する

function の用例として、辞書には次のような例があげてある。

the function of the heart 心臓の働き

the function of the leaves of a plant 植物の葉の機能

the social function of education 教育の社会的役割

ドイツ語では *Funktion* であり

Körperfunktion 身体機能

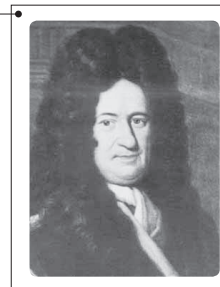
Leberfunktion 肝臓機能

というような形で多用される。

普通名詞 *function* (ラテン語の *functio*) をはじめて数学用語として使ったのはライプニッツ (1646 – 1716) であった。イギリスのニュートン (1642 – 1727) と並んで微分積分学を発見したドイツの大数学者である。

じつは、同じ頃日本では関孝和 (1642? – 1708) を中心とする和算家によって多くのすぐれた数学研究がなされていた。しかしその後の東西数学の発展の分岐点は、「関数」という概念を使用したか否かにあった、という見方がある。つまり、関孝和の研究成果の中には西洋数学と十分肩を並べるような内容がたくさん含まれていたのだが、関数概念を確立することはなかった。その分、西洋数学に分がなかったというのである。

ライプニッツ



関孝和

