

1

セ・ン・ケ・イ・ダ・イ・ス・ウ — 線形代数という言葉

🌀 線形代数って何？

「線形代数」って、どういうものを扱って、どういうことを言わんとしている数学の分野なんだろう。字面からいろいろと想像を巡らせている方もいらっしゃるかと思います。

まずは、「線形代数」という言葉の成り立ちから、線形代数の大まかな像に迫ってみましょう。

線形代数は、他の数学の諸概念と同様、ヨーロッパをその起源としています。そこで、線形代数という日本語の訳語よりも、まずは英語の**線形代数**を表す **“linear algebra”** という語にさかのぼって、そのイメージをつかんでみましょう。

“linear” は、“line” の形容詞です。“line” は、印欧語でリン＝亜麻糸、lign を語源に持つ単語で、糸のように細長いものを表しています。“line” に、「直線」と訳語を当てるのはご存知のとおりです。

ですから、文脈を無視していいので、“linear” の訳語を1つ上げよ、という問いに対しては、“直線の”と答えることになります。“linear” は、リニアと読み、日本語でもおなじみのリニアモーターカーのリニアとして使われています。軸を中心に回転するモーターに対し、軸を持たずに直線運動をするモーターを“リニアモーター”と言うのです。

“algebra” のほうも見ていきましょう。

“algebra” という語はアラビア語の“al-jabr” に由来しています。“al-jabr” は、「復元する」という意味を表します。方程式を解くときに、標準形に復元する操作をします。そこから未知数を文字でおき、方程式を解くような

数学の問題を“algebra”と呼ぶようになったそうです。

“algebra” は、日本語で「代数」と訳されます。

中学校に入学したての1年生で、数を x 、 y といった文字でおく考え方を学びましたね。未知数を x 、 y とおき、方程式を立てました。

$$2x + 1 = 3 \quad \text{1次方程式}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{連立1次方程式}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad \text{2次方程式}$$

などの方程式を解くことは、代数の分野の問題です。

このように“数の代わり”に文字でおく考え方を「代数」というのです。もっとも、「代数」という訳語は日本人が作ったものではありません。19世紀に“algebra”についての教科書を中国語で出版するとき、「代数学」と訳したことが、その嚆矢とされています。数学の中身まで踏み込んだ名訳だと思えます。

“linear algebra”を上で紹介した訳語を組み合わせると、「直線の代数」となってしまうですね。う～ん、このままでは、前半が図形のことに関する用語で、後半が式のことに関する用語で、ちぐはぐです。“linear”を代数にぴったり合うように訳すには、やはり中学校で習った数学の知識が必要です。

直線の式は、例えば、 $y = 2x + 1$ あるいは $2x + 3y = 1$ というように、 x 、 y の1次式で表されましたよね。このことから、“linear”という単語は、代数の文脈において使われると、“1次の”あるいは“1次式の”という意味を持ってきます。

ですから、“linear algebra”を中身が分かるように意識すれば、「**1次式を扱う代数**」となります。

線形代数学とは“1次式が持つ性質を研究する学問”なのです。

日本語の“線形”についても解説しておきましょう。

昔は、「センケイダイスウ」のことを“線型”代数と表記していました。しかし、文部省より“線型”を線形と表記するよう指導があり、徐々に線形代数と表記するようになりました。

形は、“カタチ”と読んで図像そのもののことを表し、型は“カタ”と読んで図像を分類したもの、分類したものに共通な性質を表します。線形代数の“型”を“形”に置き換えたら、意味が違ってきますよね。中身が変わっていないのに、中身に由来する名前を変えろとは理不尽な要求です。まあ、よくある話ですが……。

書店に行くと、何冊かは、“線型”代数と表記されたタイトルの本が見つかります。これらは、文部省の通達よりも前に出版されたロングセラーの古典か、数学文化を大切にしたい気概を持った著者が書いた本のどちらかです。で、この本は？ といえば。ははは。ぼくがヘタレな日和見主義者なせいで、線形代数のほうになっています。とほほ。

線形代数は“linear algebra”の訳語です。

2

見た目から入る線形代数

——線形代数で扱うモノ

❖線形代数って何を扱うの？

線形代数学とは“1次式が持つ性質を研究する学問”と言いました。少し実例をあげていきましょう。

等式が入った1次式で一番簡単なもの、例えば、

$$y = 2x$$

なんて式があります。

これは、 x の値を決めると y の値が決まります。上の式のような関係があるとき、「 y は x の1次関数である」と言いました。とくにこの式では定数項がないので、「 y は x に比例する」と言えます。比例関係というのは小学校でも勉強しましたね。こういった比例式は、「線形変換」という線形代数が扱う重要な概念の一番簡単な例になっています。

線形代数は、この「比例式」からすべてが始まるんです。でも、この比例式のままで、あまり豊かな世界は築けませんよね。

そこで、 $y = 2x$ では、文字は2文字ですが、この文字の数を増やしていくわけです。例えば、

$$\begin{cases} z = 2x + 3y \\ w = x + 4y \end{cases} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

といった具合です。

「 $y = 2x$ 」の式では、「 y は x に比例する」という言葉で表現し、 x が1増えれば、 y が2増えるという性質がありました。 x に対する y の値を求め