

1 「微分=虫の目」で眺めてみる

■曲線をどんどん拡大していくと

私たちはいつも、自分の目線でものをとらえ、それによって世の中の多くの現象を理解しようとしがちです。ただ、ときどき視点を変えることで、いままでにない見え方を感じずることもあります。

たとえば、きれいな花畑を写真に撮る場合でも、ふつうに立って撮すだけでなく、地面いっぱいまで這いつくばり、その位置からファインダーを覗いてみると、自分がまるで虫になり、巨大な茎と茎の間を駆け抜けていく感覚を感じたりします。

実際、「発想の転換」という場合、よくいわれるのが「鳥の目・虫の目」です。この「鳥の目・虫の目」をもつことで、新しい世界を感じとり、新しい分析をすることもできるのです。

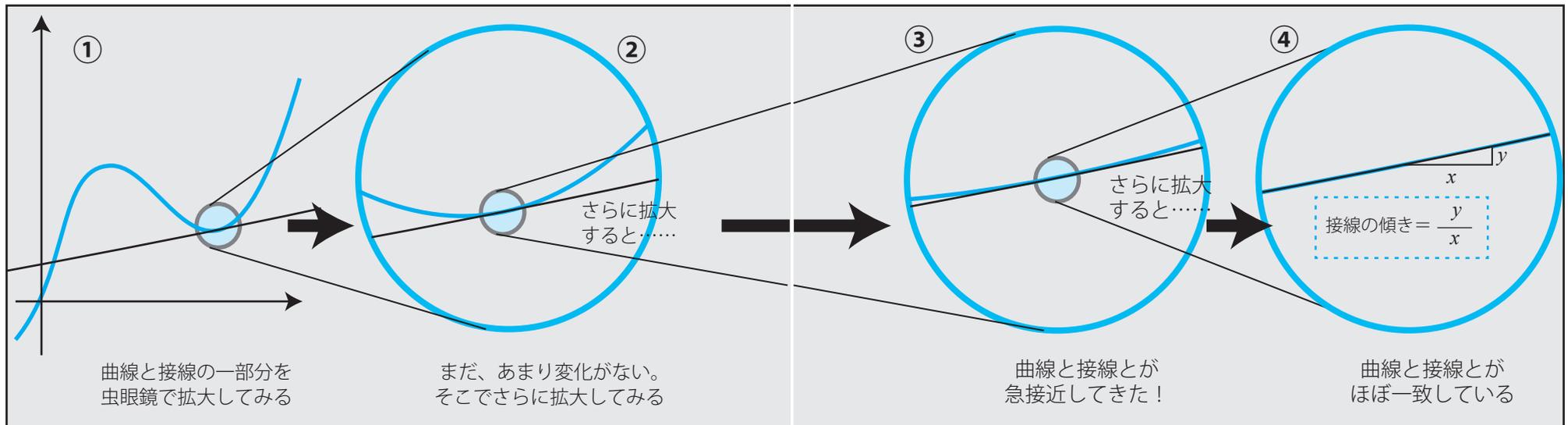
次のグラフを見てください。①には曲線のグラフと、その曲線に引かれた接線が描かれています。曲線のグラフと接線とは、誰が見ても形が違います。この①の図を虫眼鏡を使って拡大してみたのが②の図です。②は①を単に拡大しただけで、まだ大きな変化を感じません。

けれども、さらに③、④へと拡大していくとどうでしょうか。曲線と接線の2つはほとんど一致し、両者の違いを感じなくなってしまいます。

この現象は、「なめらかで、連続な曲線」のどこに接線を引いても同じです。そして、その「接線の傾き」が、それぞれの接点における「グラフの上向き加減」、あるいは「下向き加減」を示していることにも気づきます。

ある接点では「急激な上向き度合い」を示し、ある接点では「なだらかな上向き度合い」を、さらには水平状態（つまり、増減無し）を示している接点もあるでしょう。

このように、なめらかな曲線（線でなく、曲面でもいい）に接線を引き、その「接線の傾き」を求めることで、もとの曲線の「グラフの伸び率」を示すことができます。このような「虫の目」作業のことを**微分**と呼んでいるのです。



2

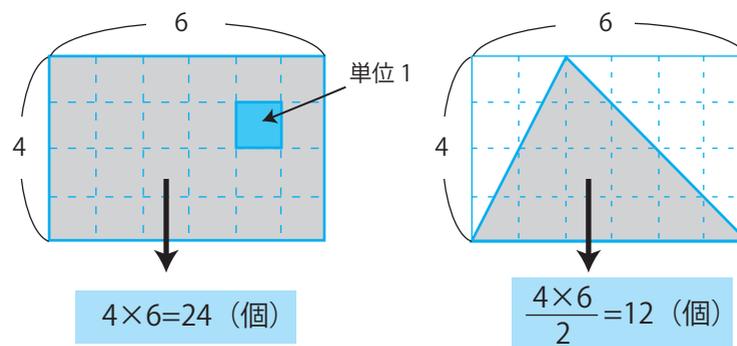
曲線で囲まれた面積を 考える「積分」

本書のもう一つのテーマ、「^{せきぶん}積分」とは、どのようなものでしょうか。ひとくちにいってしまえば「面積」を算出する方法のことです。多角形の面積であれば、

長方形……「タテ×ヨコ」

三角形……「底辺×高さ÷2」

などで計算できます。面積というのは、もともと「単位1」の□がいくつあるかということなので、下の長方形（左）であれば $4 \times 6 = 24$ 個あると考え、もし右下のような三角形であれば、ちょうどその半分だから 12 個と考えるわけです。



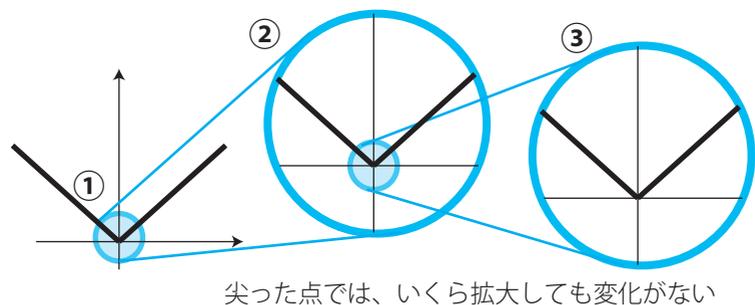
多角形の場合にはそれでよいのですが、もし、次ページのような「曲線で囲まれた面積」の場合には、「単位1」の□の数を数えるのはちょっと難しいところがありますね。どう考えればいいのでしょうか。

このような「曲線（または直線）で囲まれた面積」を考え出そうというのが「積分の仕事」です。もちろん、積分を使えば曲線で囲まれた面積だけで

■「微分できない」こともある？

ところで、どんなグラフでも、虫眼鏡で拡大していくと「グラフの曲線と接線が同一視」される場合ばかり——とはかぎりません。たとえば、次のグラフを見ると、 $x = 0$ の地点をいくら拡大しても少しも変わりはなく、ずっとV字型のままです。つまり、いくら拡大していても、「グラフの曲線（あるいは直線）= 接線」のように2つの線を同一視できそうにありませんね。

この場合には、「 $x = 0$ において微分できない」ということになります。



他にも、郵便料金のグラフのように、グラフ自体が途中で途切れて**不連続な場合も微分できない**のです。

ですから、微分というのは「なめらかで連続な曲線（直線）のグラフ」を対象としていることがわかります。

