

目次

はじめに 3

1章 きっかけは「ベイズの定理」 13

1-1 役に立つが、疎んじられてきたベイズ統計 14

1-2 確率に関するいくつかの簡単な復習を 18

- 確率の原則は「どの目も同等に出る」と考えること 18
- 和事象、積事象、余事象とは何か? 20
- 事象の確率をしてみる 22

1-3 順列、組合せ 24

- 順列とは何か 24
- 組合せとは何か 26

COFFEE BREAK 同じ当たるなら、他の人が書かない組合せで 28

2章 ベイズの定理をマスターする 31

2-1 ベイズの定理とは何か 32

- ややくしくなったただけに見えるけど、実は…… 32

- ベイズの定理の導き方 33
- 2-2 結果から原因を探っていく 36
 - 事前確率は恣意的か? 36
 - 結果から原因を探る 37
 - データの更新で「原因の推測」も変わる——ベイズ更新 39
- 2-3 ベイズの展開公式 41
 - 尤度を考える 43
 - 主原因を推定する 45
- 2-4 機械的に解けるのがベイズの強み 46
 - 男性が出た時、もう一人が女性である確率は? 46
 - 機械的に解けることのメリット 48

3章 ベイズで解く① 本当に病気なのか 49

- 3-1 風邪ひいたかな? 50
- 3-2 検診で「難病 X に陽性反応!」と出たとしても 53
- 3-3 乳がん検査で陽性が出た、本当に乳がんにかかっているの
だろうか? 56
- 3-4 エイズ検査 58
- 3-5 吸い殻が女性のものである確率は? 60

4章 ベイズで解く② 潜水艦をどう探すか? — 63

- 4-1 その赤ワイン、どのワインセラーから持ってきた? 64
 - 4-2 そのキャンディはどこから? 67
 - 4-3 消えた潜水艦を探せ 70
 - 4-4 感覚の盲点 = モンティ・ホール問題 75
 - 専門家でも間違える「確率の見立て」 75
 - オソドックスな解答方法 77
 - ベイズの定理を使った方法 79
 - 4-5 弁護士にも数学的なリテラシーが求められる? 82
 - 4-6 三囚人問題 86
 - 4-7 サカナの標識放流法 89
 - 壺の問題に置き換えて考える 91
- COFFEE BREAK 二項分布とは何か? 96

5章 「連鎖の確率」を扱うベイジアン・ネットワーク 97

- 5-1 ベイジアン・ネットワークとは何か 98
- 5-2 複雑なネットワークを扱う 101
- 5-3 ノードの確率で連鎖の確率が分かる 106
- 5-4 ナイーヴ・ベイズフィルター 107

6章 「尤度」を理解するために 111

- 6-1 ベイズの壺問題で「尤度」を考える 112
 - 「基石問題」の別解 117
 - COFFEE BREAK 常識を疑い、主因を探せ! 120
- 6-2 尤度関数を見ると 124

- 7-1 ベイズの定理からベイズ統計へ…………… 130
- ベイズ統計と通常の統計学との違い 130
 - 平均値と分散、さらには標準偏差とは 131
 - 面積で「確率」を求める 133
- 7-2 ベイズ統計でよく使う「一様分布」「二項分布」…………… 137
- 一様分布 137
 - 二項分布 138
- 7-3 ベイズ統計でよく使う「ポアソン分布」…………… 141
- ポアソン分布 141
- 7-4 ベイズ統計でよく使う「正規分布」…………… 144
- 正規分布 144
- 7-5 ベイズ統計でよく使う「ベータ分布」…………… 146
- ベータ分布 146
- 7-6 ベイズ統計でよく使う「ガンマ分布」「逆ガンマ分布」…………… 148
- ガンマ分布 148
 - 逆ガンマ分布 149

8-1	分布の変化を見る	152
	● 事後分布の変化を追ってみると	153
8-2	新薬は有効か?	157
8-3	分散が分かっている正規分布の場合	163
8-4	分散が分からない正規分布の場合	167
	● まずは一般化して考えてみる	167
	● 数値を入れて考えてみる	174
8-5	一般の統計学と比較してみると	178
	● 同じ問題を従来の統計学で解いてみる	178
	● 母平均 μ を推定する	180
	● 発想の異なるベイズ統計、従来の統計学	182

9章

便利な近似計算「マルコフ連鎖モンテカルロ法」を使ってみる 183

- 9-1 MCMC法を活用 184
 - 積分を近似的に求めるのがMCMC法 184
- 9-2 モンテカルロ法って何? 190
 - 確率密度関数がわからないとき、マルコフ連鎖を使う 190
 - 詳細釣り合い条件とは 193
- 9-3 メトロポリス法 195
- 9-4 ギブスサンプリング 198
- 9-5 実際に問題を解いてみる 202
 - メトロポリス法で試す 202
 - ギブスサンプリングで解く 204



付録 1 ポアソン分布の導き方208

付録 2 分散が分かっているときの正規分布 210

付録 3 マルコフ連鎖が不変分布に近づくこと 212

付録 4 詳細釣り合い条件 216

付録 5 メトロポリス法 217

おわりに 219

索引 221