

## 0-1 ベクトル解析には2つの意味がある！

## ●ベクトルを使って物事を解明する

「ベクトル解析」という言葉を聞くと、とても厳めしくて、難しい世界に感じる。なぜか。まず、ベクトルそのものは高校生のときに数学や物理で習ったはずだが、そもそもベクトルを苦手としていた人が多い。

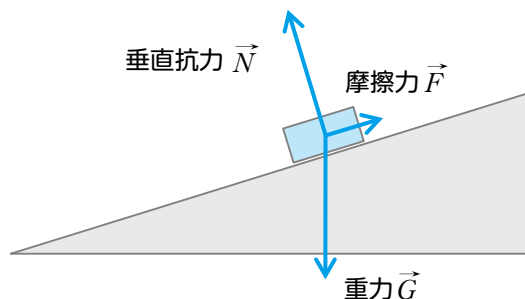
そこに、さらに「解析」という難しげな言葉がプラスされるのだから、最初から「ベクトル解析」に抵抗感をもって不思議ではない。

しかし、このベクトル解析は案外、理解するのに容易な数学のジャンルなのである。使われる言葉は耳慣れない言葉が多いが、高校までの数学でやってきたことが多いからだ。まず最初に、「ベクトル解析には2つの意味がある」ということを知っておこう。

**ベクトル解析の1つ目の意味は、「ベクトルを使って物事を解明する」ということである。これを「解析」と呼んでいる。**

たとえば、次の例で理解してほしい。図は斜面に置かれた物体が「静止している状態」である。なぜ静止しているのか、その理由を考えてみよう。

そのために必要な道具こそ、「ベクトル」である。いきなり最重要のキ



ーワードが登場したが、ところで、ベクトルとは何だったか？

ひとことというと、

**ベクトルとは、「大きさ」と向き」という2つの量をもつもの**

のことだ。時速30km（大きさ）で北東（向き）に向かう台風の場合、「速度と北東という」2つの量を同時にもっている。これがベクトルである。

ベクトルに対して、「**大きさ**」しかもたないものが「**スカラー**」である。つまり向きをもたないのだ。スカラーの例としては、300ページの本、500円のラーメン、200メートル競走、20アンペアの電流、2700gの赤ちゃん、30℃の温度など、これらには「向き」がないため、スカラーと呼ばれる。

前ページの図のベクトル  $\vec{G}$  は「重力」で、地球から物体に働く力のことであり、ベクトル  $\vec{F}$  は摩擦力、ベクトル  $\vec{N}$  は垂直抗力である。

いま、「この物体が動かない」ということは「**力がつりあっている**」、つまりこの3つのベクトルを加えたものが**零ベクトル**、ということだ、「だから物体は動かない」と解釈できる。この考え方こそ、ベクトルを使って問題を解析（物事を解明）するという意味である。

## ●ベクトルを微分・積分する

ベクトル解析には「2つの意味がある」といった。では、もう1つはなんだろうか。

**ベクトル解析の2つ目の意味は、「ベクトルを微分・積分する」ということだ。そもそも、数学では微分・積分のことを「解析学」と呼んでいる。**つまり、「ベクトルと微分・積分を結びつけた学問がベクトル解析」という意味である。

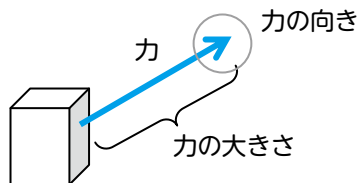
こういって、「矢印（ベクトル）を微分・積分するなんて、全然わからない！」と違和感を覚えるに違いない。しかし、この考え方は次の例でわ

## 1-1 最初の一步、ベクトルとスカラー

ベクトル (vector) は「大きさ」と「向き」をもつ量である。このベクトルに対してスカラー (scalar) は大きさだけをもつ量である。

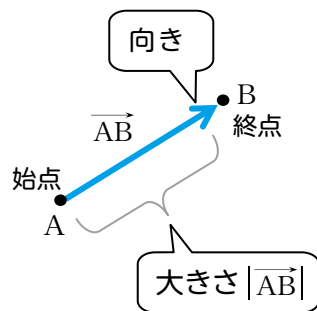
### ● ベクトルの矢印表現

「大きさ」と「向き」をもつ「ベクトル」の例としては、物体に作用する力が考えられる。力は、どの向きにどのくらいの大きさなのかを問題にするからである。このようなベ



クトルを表示するには矢印を使うとわかりやすい。つまり、**矢印の長さでベクトルの大きさを表現し、矢印の向きでベクトルの向きを表現する**のである。

ベクトルを矢印で表現するとき、矢印の根本を「**始点 (起点)**」、矢印の先端の部分を「**終点**」という。また、ベクトルに文字で名前をつけるにはいくつかの方法がある。その1つは、矢印の始点 (起点) A と終点 B の名前を用いて  $\overrightarrow{AB}$  と表わす方法である。また、一文字の上に矢印をつけて  $\vec{a}$  と表わす方法や、矢印をつけずに太文字で  $\mathbf{a}$  と表わす方法もある。



(よく使われるベクトルの記号)  $\overrightarrow{AB}$   $\vec{a}$   $\mathbf{a}$

本書ではその場に応じてこれらの表現を使い分けることにするが、基本的には、高校の教科書のように「**文字の上に→をつけてベクトルを表わ**

す」ことにする。

なお、**ベクトルの大きさは絶対値** (absolute value) と呼ばれ、数の絶対値を表わす記号  $||$  と同じ記号を使い、

$$|\overrightarrow{AB}| \quad |\vec{a}| \quad |\mathbf{a}|$$

などと表わす。

### ● ベクトルは「置かれた位置」に無関係

ベクトルは「大きさ」と「向き」の2つをもつ量である。このため、「大きさ」と「向き」が同じである2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  は、たとえ**ベクトルの置かれている位置が異なっても「等しい」**ということになる。つまり、平行移動によって重なる2つのベクトルは等しいのである。このとき等号を使って  $\vec{a} = \vec{b}$  と書くことにする。

ただし、特殊なベクトルとして始点を基準の点 O (原点オー) にとるベクトルがある。このとき、「大きさ」と「向き」が定めれば、このベクトルの終点 P はただ1つに決定する。また、点 P に対して基準の点 O を始点とし、点 P を終点とするベクトルはただ1つ決まる。

そこで、始点を基準の点 O にとると、点の位置をベクトルで表わすことができる。このように、点の位置を表わすベクトルをその点の「**位置ベクトル**」と呼ぶ。本書では基本的に、**位置ベクトルを小文字  $r$  を使って  $\vec{r}$  と書く**ことにする。

