

高校生からわかる

複素解析

もくじ

はじめに	3
本書の使い方	5
ギリシャ文字と数学の記号	10

プロローグ 複素解析を学ぶ前に 11

◎ 複素解析って、なんだ？	12
---------------	----

第 1 章 複素数と複素関数 21

1-1 複素数とは何か	22
1-2 i は虚しい数か	24
1-3 複素数を図示した複素平面	26
1-4 複素数の+、-、 \times 、 \div	27
1-5 複素数の極形式	30
1-6 ド・モアブルの定理	32
1-7 平面図形の複素数表示	38
1-8 複素関数とは	40
1-9 複素関数のグラフ	42
1-10 一価関数と多価関数	47

第 2 章 いろいろな複素関数 51

- 2-1 多項式関数と有理関数 52
- 2-2 オイラーの公式 58
- 2-3 指数関数 e^z の定義 60
- 2-4 指数関数 e^z の性質 62
- 2-5 指数関数 e^z の振る舞い 64
- 2-6 三角関数 $\cos z$ 、 $\sin z$ の定義 67
- 2-7 三角関数 $\cos z$ 、 $\sin z$ の性質 69
- 2-8 三角関数 $\cos z$ 、 $\sin z$ の振る舞い 73
- 2-9 対数関数 $\log_e z$ の定義 76
- 2-10 対数関数 $\log_e z$ の性質 81
- 2-11 対数関数 $\log_e z$ の振る舞い 83
- 2-12 ベキ関数 z^a の定義 86
- 2-13 ベキ関数 z^a の性質 88
- 2-14 ベキ関数 z^a の振る舞い 95

第 3 章 実関数の微分・積分 99

- 3-1 関数の連続 100
- 3-2 微分可能 101
- 3-3 導関数 103
- 3-4 合成関数の微分法 105
- 3-5 逆関数の微分法 107
- 3-6 偏微分 109
- 3-7 よく使われる偏導関数の性質 113
- 3-8 積分の定義 115
- 3-9 置換積分法 121

第4章 複素関数の微分 125

- 4-1 複素関数の連続 126
- 4-2 複素関数の微分可能 129
- 4-3 複素関数の導関数 136
- 4-4 微分可能（正則）とコーシー・リーマンの方程式 140
- 4-5 複素関数の微分の公式 146
- 4-6 いろいろな複素関数の導関数 148

第5章 複素関数の積分 155

- 5-1 実関数の線積分 156
- 5-2 複素関数の積分 160
- 5-3 複素積分の基本計算 169
- 5-4 閉曲線と領域 171
- 5-5 コーシーの積分定理 173
- 5-6 積分路の変更 179
- 5-7 多重連結領域と周回積分 183
- 5-8 不定積分を用いた定積分の計算 189
- 5-9 コーシーの積分公式 192
- 5-10 グルサの公式 198

第6章 複素関数の級数展開 203

- 6-1 ベキ級数と収束域 204
- 6-2 正則関数のベキ級数展開 210
- 6-3 特異点を中心としたローラン展開 216

6-4 留数と留数定理 226

6-5 関数の拡張と解析接続 238

エピソード 橋渡しの最後に 243

◎ 専門数学への橋渡し 244

付録 249

- 1 なぜ $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ なのか 250
 - 2 リーマン積分 253
 - 3 コーシー・リーマンの方程式の逆 254
 - 4 全微分 255
 - 5 極形式で表わされたコーシー・リーマンの方程式 258
 - 6 $W(z, \bar{z})$ 判定法 262
 - 7 平面におけるグリーンの定理 265
 - 8 2重積分 270
 - 9 ML 不等式 275
 - 10 実関数のテイラーの定理・マクローリンの定理 277
 - 11 1次分数関数と反転 279
 - 12 多価関数とリーマン面 280
- 索引 283