



もくじ

- はじめに 3
- 本書の使い方 5
- ギリシャ文字と数学の記号 10

プロローグ **フーリエ解析を学ぶ前に** 11

---

- 0-1 フーリエ解析とは 12
- 0-2 フーリエ解析は何の役に立つのか? 16
- Excel を使って...** パソコンと数学の学習 22

第 **1** 章 **まずは波の造形を体感しよう** 23

---

- 1-1 正弦波を重ね合わせると 24
- 1-2 のこぎり波が  $\cos$ 、 $\sin$  で表せる 27
- 1-3 とがった三角波も  $\cos$ 、 $\sin$  で表せる 30
- 1-4 平らな波も  $\cos$ 、 $\sin$  で表せる 33
- 1-5 放物線も  $\cos$ 、 $\sin$  で表せる 37
- Excel を使って...** 正弦波のグラフを描く 40

第 **2** 章 **フーリエ解析で使う  
微分・積分の基本知識** 41

---

- 2-1 微分とは拡大して直線とみなせたときの傾きなのだ 42
- 2-2 積分とは、つまり、和のことである 47
- Excel を使って...** 数値積分 (1) 54

## 第3章

# フーリエ解析で使う 三角関数の基本知識

55

- 3-1 正弦波 (cos, sin) がフーリエ解析の基本 56
- 3-2 周期をもつ関数とは 60
- 3-3 フーリエ解析は周波数の世界 64
- 3-4  $a\cos n\omega_0 t$ 、 $a\sin n\omega_0 t$  のグラフ 71
- 3-5 フーリエ解析に欠かせないオイラーの公式 74
- 3-6 偶関数と奇関数は水と油 80

## 第4章

# フーリエ解析で使う ベクトルの基本知識

83

- 4-1 ベクトルはいろいろ 84
- 4-2 すべてのベクトルを表現できるのが基底 91
- 4-3 ベクトルの掛け算に内積がある 93
- 4-4 ベクトルの直交は内積でわかる 96
- 4-5 信じられないが、関数もベクトル? 97
- 4-6 関数がベクトルならば内積はどうなる? 100
- 4-7 関数の直交は内積でわかる 102
- Excel を使って...** 数値積分 (2) 104

## 第5章

# フーリエ級数ってなんだろう

105

- 5-1 フーリエ級数ってどんなもの? 106
- 5-2 フーリエ級数の公式で何がわかる? 110
- 5-3 フーリエ級数の公式を導いてみよう 114
- 5-4 定義域が  $p \leq t \leq p + T$  のフーリエ級数 119

- 5-5 周期関数のフーリエ級数はどうなる? 125
- 5-6 偶関数・奇関数のフーリエ級数の公式 130
- 5-7  $1, \cos n\omega_0 t, \sin n\omega_0 t$  ( $n$  は自然数)は、  
関数空間の直交基底 135
- 5-8 複素フーリエ級数で表現スッキリ 137
- 5-9  $\{e^{in\omega_0 t} | n \text{ は整数}\}$  は関数空間の直交基底 144
- Excel を使って...** 行列の掛け算 148

---

## 第 6 章 フーリエ変換ってなんだろう 149

---

- 6-1 フーリエ変換とは 150
- 6-2 基底の考えからフーリエ変換を導く 159
- 6-3 フーリエ変換の性質 167

---

## 第 7 章 ラプラス変換ってなんだろう 173

---

- 7-1 ラプラス変換とは 174
- 7-2 ラプラス変換の逆変換は 179
- 7-3 ラプラス変換の性質 185
- 7-4 基本的な関数のラプラス変換 191

---

## 第 8 章 離散データによる フーリエ解析 197

---

- 8-1 フーリエ解析にはサンプリングは欠かせない 198
- 8-2 サンプリングデータをもとに離散フーリエ変換 202
- 8-3 サンプリングに一工夫させた離散コサイン変換 214

## 第9章

# フーリエ変換やラプラス変換 を応用してみよう

229

- 9-1 微分方程式とは 230
- 9-2 フーリエの熱伝導方程式を解いてみよう 233
- 9-3 ラプラス変換で微分方程式を解いてみよう 241
- 9-4 一瞬の衝撃ですべてがわかる線形応答理論 247
- 9-5 画像圧縮 JPEG を体験してみよう 259

## 付 録

265

- 1 リーマン積分 266
- 2 三角関数の合成 267
- 3 三角関数の積和公式 269
- 4 三角関数の微分・積分 270
- 5 関数の内積の定義について 272
- 6 畳み込み積分とは 276
- 7 デルタ関数 $\delta(x)$ の性質 285
- 8 2重積分 288
- 9 行列とその計算 293
- 10 積分の考えからフーリエ変換を導く 296

〈エピソード〉 橋渡しの最後に 300

索引 302

参考文献 306