

出題者は予知していたので しょうか、「重力波」の ノーベル物理学賞受賞を 先取りした問題です

● 2017年地学第1問

今回のテーマは重力波です。重力波の発見が2017年のノーベル物理学賞の受賞テーマでした。ノーベル賞の発表は10月ですので、この問題は約半年前に出題されたものです。まさにノーベル賞受賞を先取りした出題でした。

重力波はアインシュタインがその存在を100年前に予言したため、その検出は彼が残した最後の宿題を解くことだといわれていました。それに2015年9月14日に成功し、2016年2月に問題文にあるようにアメリカのLIGO実験チームが検出成功を発表したのです。発表の翌年の受賞はノーベル賞史上最速でした。ノーベル賞は研究成果が出てから受賞まで時間がかかるのが通常なので、「ノーベル賞は長生きしないと受賞できない」とも揶揄されています。現に青色発光ダイオードの中村修二氏は受賞まで21年、早かったといわれるiPS細胞の山中伸弥氏でも受賞まで6年かかっていることを考えると、発表の翌年に受賞というのは本当に驚愕のスピードです。このスピードには理由があって、重力波の存在自体はすでに確実視されていて、あとは検出だけが待ち望まれている状態だったからです。

ではそもそも重力波とはいったい何なのでしょう。問題を解きながらその秘密を探ってみましょう。

2017年地学第1問より（※問2は省略した）

宇宙に関する次の問い（問1～2）に答えよ。数値での解答には有効数字1桁で答え、計算の過程も示せ。

問1 昨年2月、アメリカのLIGO（ライゴ）実験チームは、史上初めてブラックホール連星の合体で生じた重力波を検出したと発表した。一般相対性理論によれば、重力は時空の歪みであり、時空のわずかな歪みが光速の波動として伝わる現象が重力波である。この発見に関する以下の問いに答えよ。なお、光速は $3 \times 10^8 \text{m/s}$ 、1年は $3 \times 10^7 \text{s}$ 、1天文単位は $2 \times 10^{11} \text{m}$ とする。

- (1) 合体直前の重力波信号の振動から、連星の公転周期を0.01sと見積もった。合体直前の2つのブラックホールは、光速に近い速度で公転している。ここでは、2つのブラックホールの質量が等しく、光速の0.4倍の速度で円軌道を公転しているとして、連星間の距離が何kmか求めよ。
- (2) さらに、ケプラーの法則が成り立つとして、この連星のそれぞれのブラックホールの質量を、太陽質量（ $M_\odot$ ）単位で求めよ。
- (3) 重元素の量が太陽と同程度である星の進化では、約 $20M_\odot$ より重いブラックホールは作られないと考えられており、今回のブラックホール連星は重元素の量が少ない連星が進化したものである可能性が高い。この連星が形成された場所や誕生時の星の種族として考えられるものを、以下の語群から3つ以上の語を用いながら、2行程度で答えよ。

語群： 球状星団 散開星団 ハロー 円盤部
種族Ⅰ 種族Ⅱ

- (4) 連星間の平均距離が a であるブラックホール連星の公転により重力波が放出されると、それに伴うエネルギー損失により、 a は公転周期より長い時間スケールでゆっくりと減少する。その場合 a は時刻 t に対して以下の式に従う。

$$a(t) = (C - At)^{\frac{1}{4}}$$

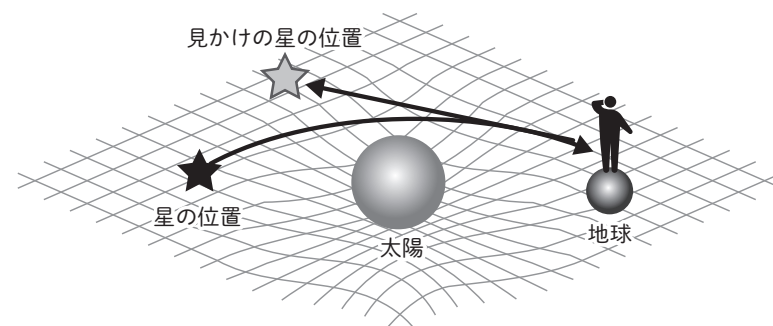
ここで A は連星の質量で決まる定数であり、 C は初期条件によって決まる定数である。また、 $C > 0$ 、 $A > 0$ 、 $t \leq \frac{C}{A}$ とし、 $a=0$ で合体が起こるとする。ある時刻 t_0 で $a=a_0$ だった連星が時刻 t_m で合体する場合、合体までにかかる時間 $t_m - t_0$ を A と a_0 で表せ。

- (5) 今回重力波が検出されたブラックホール連星は、誕生から合体まで重力波の放出のみでエネルギーを失うものとする。現在の宇宙の年齢を答え、さらに、誕生時の連星間距離の上限値 $a_{\max}$ を求めよ。なお、この連星においては $A = 3 \times 10^{24} \text{m}^4/\text{s}$ である。また、地学に登場する様々な長さスケールの中で、 $a_{\max}$ に近いものを1つ、例としてあげよ。

アインシュタインが1916年に発表した一般相対性理論が、はじめて正しいと証明されたのが1919年5月29日でした。この日に大西洋上のプリンシペ島でイギリスの天文学者アーサー・エディントンが皆既日食を観測して、太陽のまわりにある恒星の位置がずれて見えることを報告したからです。どうということかという、一般相対性理論から導かれる予測には、重力によって空間はゆがめられるというものがありました。「空間がゆがめられる」といっても分かりにくいと思いますので、光の進み方を例にして考えてみましょう。

光は直進しますが、水面やガラス面などでは屈折します。これは、空気中を光が進む速度と、水中やガラス中を光が進む速度が異なることが理由です。これはみなさんが日常で体験する現象ですね。しかし宇宙空間は真空なので、光の速度（光速）は問題文にあるように常に $3 \times 10^8 \text{ [m/秒]}$ で、屈折せず

に直進するはずですが、しかし、太陽という大きな質量をもつ天体の近くを通るときはその重力によって空間がゆがめられるためにまるで光が屈折したかのように進むのです。これを重力レンズ効果といいます。



光は曲がって届くが、人の目には光は直進してくるように見えるため、星の位置が本来の位置からずれて見える。この図では、太陽の後ろにあって本来は見ることのできない星も重力レンズ効果により見えている。

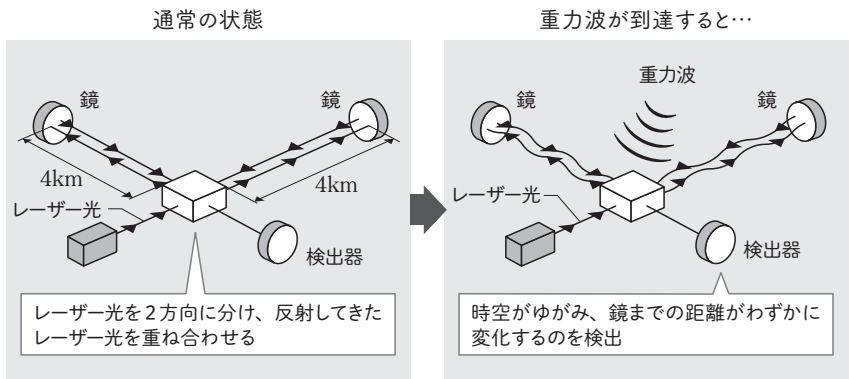
その後も一般相対性理論から予測されるものが次々と証明、検出されていったのですが、最後に残ったものが重力波だったのです。

では重力波とは何でしょうか。一言でいえば問題文にあるように「時空のわずかな歪みが光速の波動として伝わる現象」なのかもしれませんが、これでは何のことだか意味不明なので、重力波どころか物理ですら専門外の筆者が巻末の参考文献を読み漁って分かったようなふり (!?) をして説明いたします。

例えば、みなさんがダンベルを持って振り回したときのことを考えると、「ダンベル」という重力がはたらいているものを振り回したので、このときにも重力波は発生しています。しかし、あまりに小さすぎて検出はできません。そこで重力波を検出するために、宇宙のはるか遠くで起きた質量の大きな天体の運動を利用します。それが (2) の問題のテーマになっているように太陽質量の30倍程度同士の2つのブラックホールの合体だったのです。当然ブラックホールは見えないので、いつ重力波が地球に届くかは分かりません。そもそもブラックホールの合体だったということは検出した重力波から

分かったことであり、もともとは地球に届く重力波は中性子星起源のもの
 のほうが可能性が高いと考えられていました。そんな状態でしたので、LIGO
 ははじめに運用された2002年から2010年までは重力波を検出することはで
 きませんでした。そこで、検出感度をはるかに高めて2015年から Advanced
 LIGOとして運用を始めようとしたそのテスト期間中に重力波が検出できた
 のです。

重力波を検出するには時空のゆがみを測定しなければいけないので、図の
 ような仕組みを利用します。

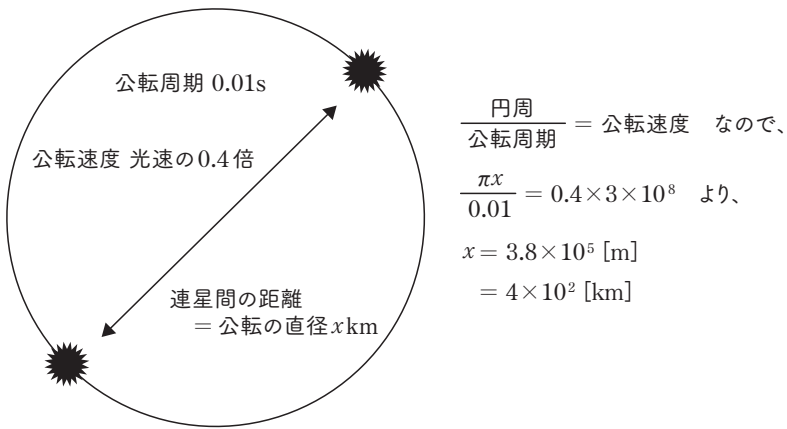


この図ってどこかで見たことありませんか？ そう！ 前節でみたマイケル
 ソンの干渉計です。今回の問題で検出した重力波による時空のゆがみは、地
 球と太陽の間の距離で原子1個分程度ゆがむというとても小さく小さいもの
 なので、ゆがみを検出するためにレーザー光を使用して、4キロという長い
 距離をレーザー光を何往復もさせます。そして重力波が到達したときの空間
 のゆがみをレーザー光の進む距離のずれを測定することで検出するのですが、
 その原理はマイケルソンの干渉計そのものなのです。

重力波の検出器はアメリカのルイジアナ州リビングストンとワシントン州
 ハンフォードという3000km離れた2ヶ所にあるので、重力波の到達時間の
 差からどの方向から重力波が来たのかが分かり、検出した信号の様子を調べ

ると、天体の質量やどんな運動をしていたのかが分かります。問題を解いて
 いくとこれが分かるのがこの問題の醍醐味です。

(1) 合体直前の2つのブラックホールの様子と計算過程を次の図に示しま
 した。この図を用いて計算していくと、解答が約400kmと求められます。



この問題は指数を使うことを除けば、小学生でもできる算数の問題ではあ
 りますが、重力波という複雑な現象を算数の問題にしてしまうところがすご
 いところですね。

(2) ケプラーの法則とは、その名の通り 1600 年前後に活躍したドイツの天
 文学者であるケプラーが発表したもので、第1～第3の法則があります。

【ケプラーの第1法則（楕円軌道の法則）】

「惑星は太陽を焦点の1つとする楕円軌道を描く」というものです。

【ケプラーの第2法則（面積速度一定の法則）】

「各惑星について、太陽と惑星を結ぶ線分は、等しい時間に等しい面積を描
 く」というものです。楕円軌道を描く惑星は、一定の公転速度ではなく、太