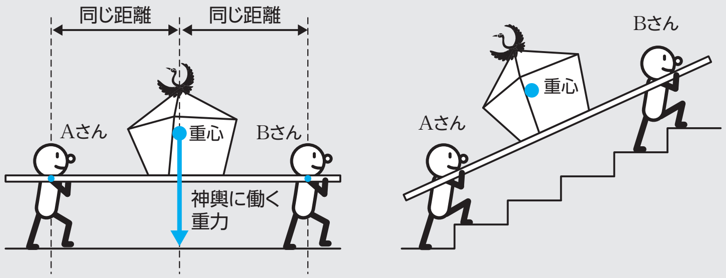
1-1 神輿の前と後ろはどちらが大変か？

—— 重力と重心、ベクトルのつり合いとモーメントのつり合い

問題

祭りで神輿(みこし)を担いでいると、階段を上り下りしなくてはならないことがあります。階段の上側の人と下側の人で大変さは違うのでしょうか？



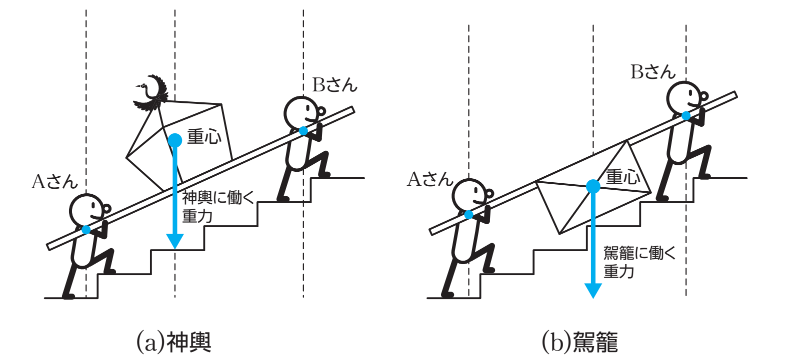
図のように50kgの神輿を担ぎました。AさんとBさんは重心から同じ距離の場所を支えています。Bさんが階段の上側にいるとき、大きな力で担がなくてはならないのは、AさんとBさんのどちらでしょうか？

A：Aさん（下側）　B：Bさん（上側）　C：どちらも同じ
D：階段を上っているか下っているかで違う

考えるヒント

実は、担いでいるのが神輿（棒の上に箱がある）か駕籠(かご)（棒の下に箱がある）かで、どちらの人が大変かは変わってきます。

図1-1-1●神輿と駕籠の違い



問題の答　A

神輿のように棒の上に箱が載っているときは、階段を上っているか下っているかに関係なく、階段の下側の人が大変な思いをしています。反対に、駕籠の場合は階段の上側の人が大変になります。その違いは、重心に近いかどうかというところにあります。

●重心までの水平距離が短い方が大変

平らな地面の場所では、AさんとBさんは神輿の重心から同じ距離にいるので、2人の支える力は同じはずです。しかし、神輿が傾くと**重心**（重力の働く点：ここでは神輿の中心を重心としています）がAさんの方に寄ってしまいます。Aさん、Bさんから神輿や駕籠の重心までの水平距離を比べてみましょう。

図1-1-2●重心に近いほど支える力が大きい

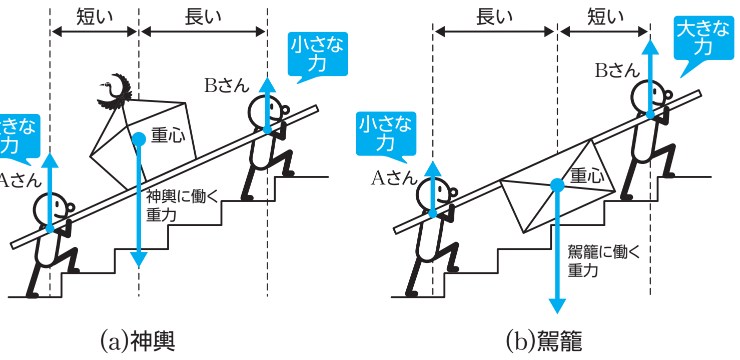


図1–1–2(a)を見ると、階段の下側にいるAさんの方が重心に近いため、Aさんの方が大変な思いをしていることがわかります。もちろんこの先に下りの階段があれば、今度は先に下りるBさんが頑張る番です。

また、駕籠を運ぶ場合のように、棒の下に箱がある場合では、階段の上側にいるBさんの方が大変な思いをします。図1–1–2(b)のように、Bさんの方が重心に近くなるので、Bさんの方が大きな力で支える必要があるのです。机などの大きなものを運ぶときも、下端を持つか上端を持つかで大変さが変わってくるのです。

より深く学ぶために

●質量に比例して重力が働く

力の大きさの単位は〔N〕（ニュートン:有名な物理学者アイザック・ニュートンの名前）で表します。質量が1kgの物体に地表付近で働く**重力**の大きさが9.8Nです。つまり、50kgの神輿に働く重力の大きさは490Nです。

物体に働く重力の大きさ〔N〕＝物体の質量〔kg〕× 9.8

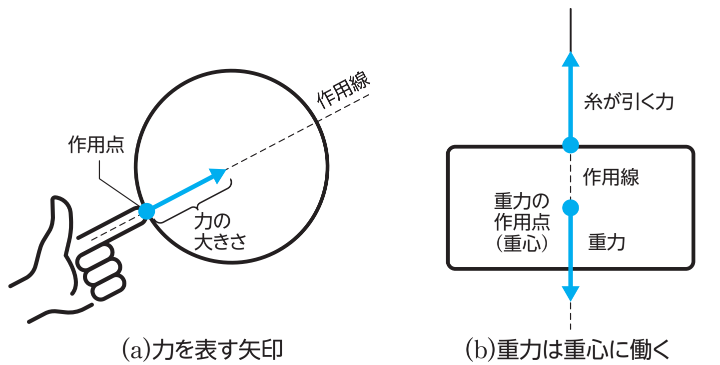
50kg の神輿に働く重力の大きさ〔N〕＝50 × 9.8＝490N

日常生活では「**質量**」と「重力」を区別せず「重さ」と呼びますが、上空に昇っていくと「質量」は変わらないのに「重力」が小さくなって行くため、物理の世界では区別して呼びます。

●力には向きと大きさがある

「力」には大きさだけでなく向きもあるので、力の働く場所（**作用点**）を始点にして、力の働く向きの矢印で力を表します。この矢印を「**ベクトル**」と呼びます。図1–1–3のように、力の大きさは矢印の長さで表し（長さ1cmの矢印で10Nの力を表すなど、比率はその都度決めます）、力の働く方向を示す破線を**作用線**と呼んでいます。

図1-1-3●矢印で力を図に表す



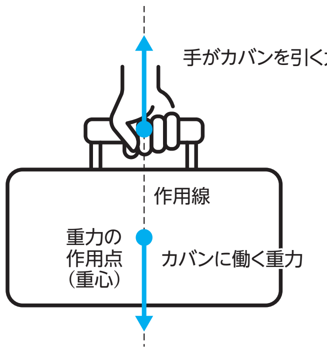
重力は物体の各部分に働いているのですが、それらを足し合わせた力が一点に集中して働いていると考えることができます。この点を**重心**と呼び、重心の位置は、糸でつり下げたときに糸が引く力の作用線上にあります。

●ベクトルのつり合いを考えると、支える力の和がわかる

重力が働く物体は、重力の作用線上に力を加えれば（つまり、重心の下を持つ、重心の上を糸で引くなどすれば）、支えることができます。このとき、支える力は重力と同じ大きさです。このとき2つの力の矢印（ベクトル）は同じ長さで逆向きになるため、「物体に働く2つの力（ベクトル）がつり合っている」と言います。

物体に働く2つの力（ベクトル）がつり合っている
＝2つの力が同一作用線上で逆向きに同じ大きさで働いている

図1-1-4 ● カバンに働く力(ベクトル)がつり合う



2人で手分けして支えるときには、2人の支える力の和（これを「**合力**：ごうりょく」と言います）が重力とつり合っています。

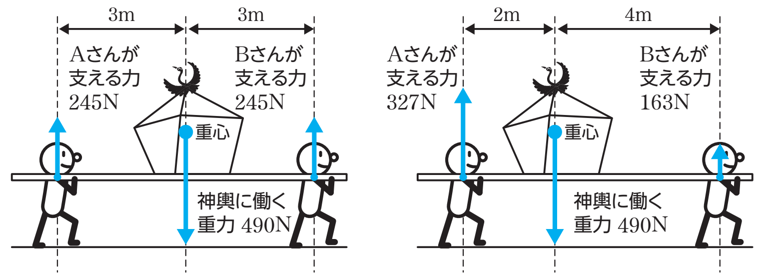
Aさんが支える力とBさんが支える力の合力
＝神輿に働く重力と同じ大きさ（490N）で逆向き

●モーメントのつり合いを考えると、支える力の比率がわかる

2人が支える力の合力の大きさは490Nとわかりましたが、その比率はどうなっているのでしょうか？ 図1-1-5のように、2人が支える力の比率は、重力の作用線からの距離で決まります。天秤の計算と同じように、重力の作用線からの距離と支える力の大きさの積がそれぞれ等しくなっているのです。

重力の作用線からAさんまでの距離×Aさんが支える力の大きさ
＝重力の作用線からBさんまでの距離×Bさんが支える力の大きさ

図1-1-5 ● 神輿に働く力のモーメントがつり合う



(a)2人で支える(同じ力)　(b)2人で支える(異なる力)

Aさんの力が強すぎると神輿は時計回りに回転してしまい、Bさんの力が強すぎると反時計回りに回転してしまいます。このことから、上の式にあるような「距離」と「力の大きさ」の積を「回転作用（**モーメント**）」と呼んでいます。神輿が安定して支えられているとき、Aさんが支える力のモーメントと、Bさんが支える力のモーメントがつり合っているのです。

「**ベクトルのつり合い**」と「**モーメントのつり合い**」とを合わせて考えると、2人の支える力の大きさを求めることができます。

- **▶2人の支える力の合力（ベクトル）と、神輿に働く重力（ベクトル）がつり合う**
- **▶Aさんの支える力のモーメントと、Bさんの支える力のモーメントがつり合う**

この問題では、2人の支える力の合力は490Nになるはずです。図

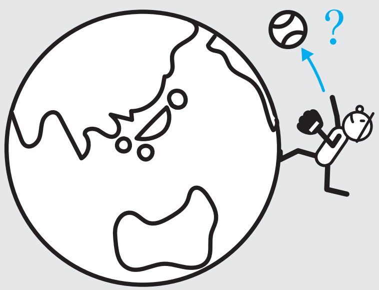
4-1

地球を周回する豪速球は投げられるか？

―― 等速円運動の速度・角速度・向心加速度・向心力・周期、第1宇宙速度

問題

野球の投手が投げた球は、常に重力が働いて落下していきます。でも、もし驚異的な豪速球を投げることができたら、球をいつまでも地面に落下させないことはできるのでしょうか？



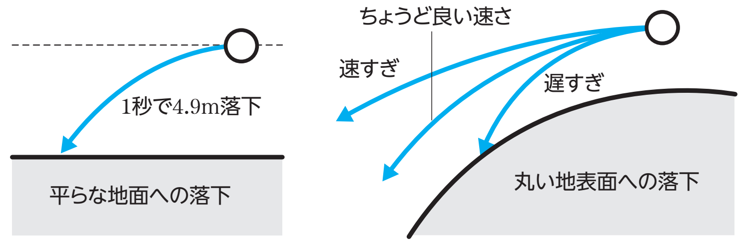
空気抵抗が働くとどんどん減速してしまいますので、ここでは空気抵抗の影響がないと仮定しましょう。地球がきれいな球形で、山や建物がないとすると、どのくらいの速さで球を投げれば、球を落下させずに地球を周回させることが可能なのでしょうか？

A：80m/s（288km/h）　B：800m/s（2,880km/h）
C：8,000m/s（28,800km/h）　D：無限大の速さ

考えるヒント

地面が平らであると仮定すると、手を離れた物体は、重力により$\frac{1}{2}\times 9.8\times$落下時間^{2}という距離だけ落下します。つまり、どんな豪速球でも1秒間進む間に4.9m落下するのです。人間の身長を考えれば、水平方向に投げられた球は、必ず1秒以内に地面へ落下することになります。

図4-1-1● いつまでも地面に落ちない球を投げる



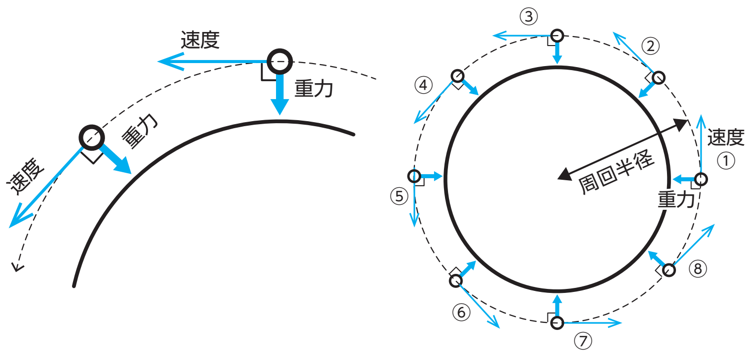
しかし、地球の表面は丸いので、重力による落下と地面の丸みがちょうど合えば、いつまでも地面に到達しないのです！ 逆に球が速すぎると、宇宙の彼方へ飛んで行ってしまうことにもなります。重力は地球の中心に向かって働くため、球が周回すると重力の働く向きも変わるという点を考慮して、球の速さを考えてみましょう。

問題の答　C

正解は正確には7,894m/sです。もしこんな速球を投げることができたなら、球は水平方向に飛び続けるので、鉛直方向に働く「重力の向き」に対して「速度の向き」を垂直に保ちながら球が地球を周回するのです。このような動きを「**等速円運動**」と呼びます。

図4-1-2のように、速さを一定に保ってうまく周回するためには速さと重力のバランスが重要です。そこで、速度の変化から加速度を求めれば、加速度と力には運動方程式が成り立つため、そのバランスを考えることができるようになります。

図 4-1-2 ● 周回する球は常に重力と垂直な向きの速度を持つ



（1）速度は重力と垂直を保つ　（2）周回する間の速度と重力の向き

球の速度は図のように矢印で表されます。ここでは、速度の大きさ（つまり速さ）と速度の向きに分けて考えるのがポイントです。円周の長さ（2×3.14×周回半径）を、球が一周するのにかかる時間（物理では「**周期**」と呼びます）で割ったものが、球の速さです。この速さを一定に保ったまま速度の向きだけが回転するのが等速円運動です。

$$\text{球の速さ}\,〔\mathrm{m/s}〕 = \frac{\text{円周の長さ}\,〔\mathrm{m}〕}{\text{1周にかかる時間}\,〔\mathrm{s}〕} = \frac{2\times 3.14\times\text{周回半径}\,〔\mathrm{m}〕}{\text{周期}\,〔\mathrm{s}〕}$$

球の速度の向き：球が1周する間に速度の向きも1周する

では、球が地球を1周する間の、速度を表す矢印（ベクトル）の変化を考えてみましょう。次の図のように矢印の始点を集めると、矢印の先端が円を描くように変化することがわかります。

図 4-1-3 ● 球が 1 周する間に速度の向きも 1 周する

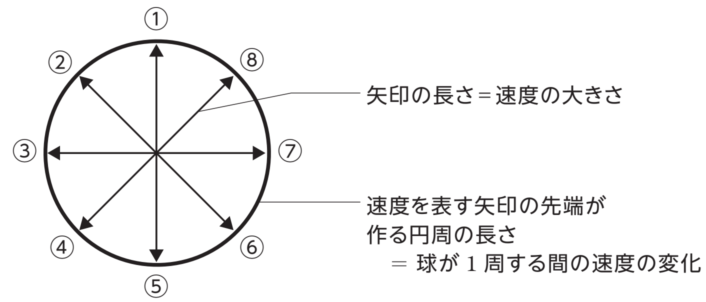


図4-1-3の速度の矢印が描く円周の長さが「球が1周する間の速度の変化」です。これを周期で割ったものが球の加速度です。

$$\text{球の加速度の大きさ}\,〔\mathrm{m/s^2}〕 = \frac{\text{球が1周する間の速度の変化}\,〔\mathrm{m/s}〕}{\text{周期}\,〔\mathrm{s}〕} = \frac{2\times 3.14\times\text{速さ}\,〔\mathrm{m/s}〕}{\text{周期}\,〔\mathrm{s}〕}$$

ここで、周期は図4-1-2（2）の円周の長さ（2×3.14×周回半径）を速さで割った値なので、球の加速度の大きさは次のように計算できます。

$$\text{球の加速度の大きさ}\,〔\mathrm{m/s^2}〕 = \frac{2\times 3.14\times\text{速さ}\,〔\mathrm{m/s}〕}{\left(\dfrac{2\times 3.14\times\text{周回半径}\,〔\mathrm{m}〕}{\text{速さ}\,〔\mathrm{m/s}〕}\right)} = \frac{\text{速さ}\,〔\mathrm{m/s}〕^2}{\text{周回半径}\,〔\mathrm{m}〕}$$

ここで、周回半径が637万m、球が重力に引かれることで生じている加速度は$9.8\mathrm{m/s^2}$であることから、周回する速さが約7,901m/s、つまり約7.9km/s（約28,400km/h）であることがわかります。

これが、重力を受けて落ちながらうまく地球を周回する球の速さです。この速さは地表面すれすれに人工衛星を飛ばす場合の衛星の速度の大きさであり、「**第1宇宙速度**」と呼ばれています。

地球を1周する距離は2π×半径ですので、その距離を速さで割れば、1周にかかる時間（**周期**と呼びます）が計算できます。

$$\text{周期} = \frac{2 \times 3.14 \times 6{,}370{,}000\text{m}}{7{,}901\text{m/s}} = \text{約}5{,}063\text{秒（約}84\text{分）}$$

もちろん人工衛星は、空気抵抗で失速しないように、ずっと上空の空気の薄い高さで飛ばされています。そのため周回距離が長くなるだけでなく、重力が弱いために周回に必要な速さもやや遅めで良いので、一周するのにかかる時間は90分以上になります。

より深く学ぶために

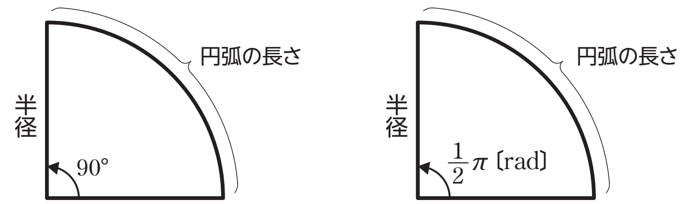
●角度の単位を変えると回転運動が簡単に表せる

人工衛星のように一定の速さで周回する運動を「**等速円運動**」と呼びます。等速円運動する物体の特徴は、速度の向きが変わっていくのに速さ（速度の大きさ）が変わらない点です。

円運動を考えるとき、物理学では回転角の単位に〔rad〕を使います。これまで円周の長さを2×3.14×半径と書いてきましたが、3.14は円周率πの大きさを途中まで書いたものです。実際には長く続く数値ですので、πと書いた方が正確です。

さて、〔rad〕という角度の単位は、円周の長さ（半径×2π）と円の半径の比である2πを使って$360° = 2\pi$〔rad〕としたもので、「ラジアン」と読みます。この単位を使うと、扇型の円弧の長さを半径に角度をかけただけで算出できるという優れものです。

図 4-1-4 ● 便利な角度の単位〔rad〕



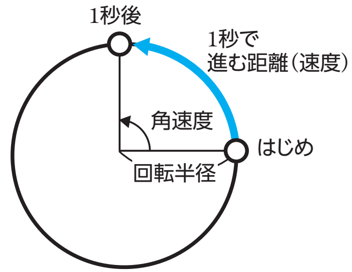
円弧の長さ〔m〕＝半径〔m〕×2π×$\frac{90°}{360°}$　円弧の長さ〔m〕＝半径〔m〕×$\frac{1}{2}\pi$〔rad〕

ここで〔rad〕という単位は円弧の長さと半径の比を表しているものなので、〔m〕に〔rad〕をかけても〔m〕になります。

●角速度を使って等速円運動する物体の速度を表す

このradという単位を使うと、等速円運動する物体の速度（円周の長さ÷周期）を次のように「**角速度**」を使って表すことができます。

図 4-1-5 ●〔rad〕を使って等速円運動する物体の速度を表す



周期が4秒の場合

$$\text{角速度} = \frac{2\pi\,\text{〔rad〕}}{4\text{s}} = \frac{1}{2}\pi\ \text{〔rad/s〕}$$

速度＝回転半径×角速度

角速度というのは1周分の角度である2π〔rad〕を周期〔s〕で割ったもので、1秒あたりに回転する角度を表しています。

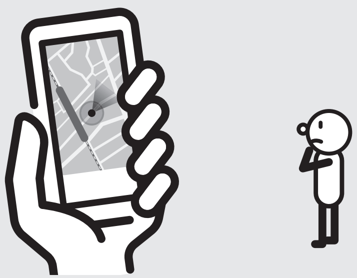
6-4

方位磁針なしでなぜ方角がわかるのか？

——磁場、地磁気、磁束密度、ローレンツ力、ホール効果、モーター、電流の作る磁場、透磁率

問題

スマートフォンで地図を利用しているときに、電話自体がどの方角を向いているのかを瞬時に捉える磁気センサーが作動しています。このセンサーはどのような原理で動いているのでしょうか？



磁気センサーにはいくつかの種類がありますが、そのひとつに、磁気によって電圧が発生する「ホール素子」と呼ばれるものがあります。生じる電圧のプラス・マイナスの向きと強さから、スマートフォンの向きがわかります。

地球の地磁気は南北方向ですが、その中でこのセンサーを作動させると、どのような方向に電圧が生じるのでしょうか？

A：東西方向　B：南北方向　C：上下方向

考えるヒント

地磁気の中で方位磁針は南北方向を向き、色の塗られている方が北を指します。**ホール素子**の場合は、内部に流している電流に対して磁気が作用して電圧が発生します。そのため、素子の置かれた方向によって電流の方向が変わり、発生する電圧の方向も変わります。地磁気の方向と電流の方向を考慮して、電圧の方向を予想してみましょう。

問題の答　**AまたはC**

地磁気がなぜ存在するのかは、実はまだよくわかっていません。しかし、北極付近をS極、南極付近をN極とするひとつの磁石として考えられるような地磁気が地球の周りに作られていることは間違いありません。この地磁気の様子を図に示したものが図6–4–1です。図中の矢印がついた線は磁力線で、密度が大きな場所ほど強い磁力が働きます。磁力は「**磁場**」と呼ばれる磁気的な空間の歪みを介して働きます。

図 6-4-1 ● 地磁気の様子

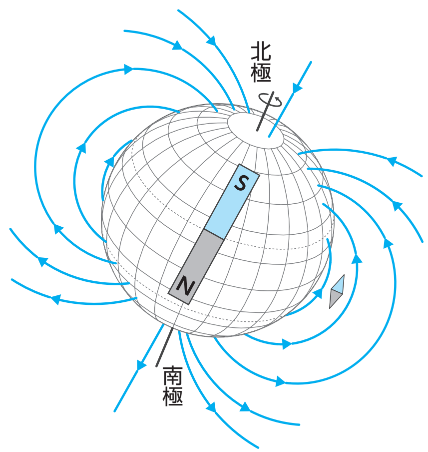


図 6-4-2 ● フレミングの左手の法則

ホール素子に発生する電圧の方向は、地磁気の方向にも、電流の方向にも垂直です。これは、磁石の近くで電流を流すと導線に力が働く現象と関係があります。その力の大きさは磁場の強さや電流の強さ、導線の長さに比例し、力の向きは「**フレミングの左手の法則**」（図6–4–2）で示されています。この法則は19世紀の終わりにイギリスの電気工学者のジョン・フレミングが考案したもので、磁場の方向とも電流の方向とも直交する向きに力が働くことを示しています。

図 6-4-3 ● ホール素子の仕組み

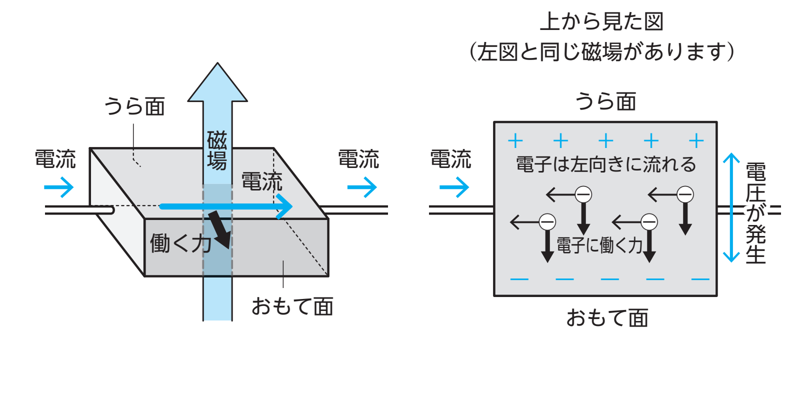


図6–4–3がホール素子の仕組みです。図の「磁場」と書いてある矢印の向きに地磁気があるとき、右向きに流れる電流に働く力の向きは、素子のうら面からおもて面に向かう向きです。ホール素子には電流の正体が正の電荷の場合と負の電荷（電子）の場合があります。図は電流の正体が電子の流れである場合の例で、力を受けた電子がおもて面に集まるため、おもて面にマイナス、うら面にプラスの電荷が現れるため、おもて面とうら面の間に電圧が発生します。地磁気は南北方向ですので、生じる電圧の向きは電流が東西方向に流れていればCの上下方向、電流が上下方向に流れていればAの東西方向となります。

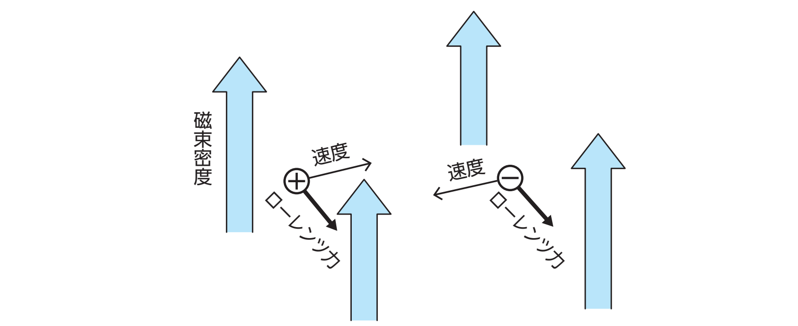
より深く学ぶために

●速度を持った荷電粒子には磁場からローレンツ力が働く

電流が磁場から受ける力は、電流の正体である荷電粒子が磁場の中で速度を持って運動することによって生じており「**ローレンツ力**」と呼ばれています。ローレンツ力の大きさは荷電粒子の電気量と速度、磁場の「**磁束密度**」という値（単位は〔T〕（テスラ））の3つの要素によって決まります。荷電粒子の速度が磁束密度に対して垂直な場合、ローレンツ力は以下のようになります。

ローレンツ力の大きさ＝荷電粒子の電気量×速さ×磁束密度の大きさ
ローレンツ力の向き＝速度と磁束密度に対して右ねじの関係の向き

図 6-4-4 ● ローレンツ力の働く様子



「**右ねじの関係**」の向きというのは、図6–4–5に示したような向きのことで、右ねじの頭を速度の向きから磁束密度の向きへと回転させたときに右ねじが進む向きという意味です。右ねじの関係の向きをわかりやすく示したのがフレミングの左手の法則です。ローレンツ力の場合は、中指＝正の荷電粒子の速度（電流）の向き、人差し指＝磁束密度の向き、親指＝正の荷電粒子に働く力の向きです。負の荷電粒子に働く力の向きは逆向きになります。

図 6-4-5 ● 右ねじの関係の向き

流れる荷電粒子1つひとつがローレンツ力を受けるため、導線に働く力は導線の中を流れる荷電粒子が受ける力を足し合わせたものですので、電流が磁束密度に対して垂直な場合は、以下のようになります。

電流が流れる導線に磁場から働く力の大きさ
＝導線内の荷電粒子数×荷電粒子ひとつに働くローレンツ力
＝（荷電粒子の密度×導線の断面積×導線の長さ）
×（荷電粒子の電気量×速さ×磁束密度の大きさ）

ここで、第6章2節で紹介したように、電流は（荷電粒子の電荷×荷電粒子の密度×導線の断面積×荷電粒子の速さ）ですので、これを使うと電流が流れる導線に磁場から働く力が表せます。

電流が流れる導線に磁場から働く力の大きさ
＝電流の大きさ×磁束密度の大きさ×導線の長さ

● ホール効果によって生じる電圧から磁場を知る

磁場の中でホール素子に電流を流すと磁場にも電流にも垂直な方向に電圧が生じる現象は1879年にアメリカの物理学者エドウィン・ホールが発見したため「**ホール効果**」と呼ばれています。

図6–4–3に示したように、ローレンツ力によって電子がおもて面の方に寄ってくると、おもて面にマイナス、うら面にプラスの電荷が現れて電圧が発生します。ホール素子内部の電場が一様だとすると、電場の強さは発生した電圧をホール素子の奥行きで割ったものとなります。

$$\textbf{電場の強さ} = \frac{\textbf{おもて面とうら面の間に生じた電圧}}{\textbf{素子の奥行き}}$$

これより、電子がこの電場から受ける電気力は次のようになります。

$$\textbf{電気力の大きさ} = \textbf{荷電粒子の電気量} \times \textbf{電場の強さ}$$
$$= \textbf{荷電粒子の電気量} \times \frac{\textbf{生じた電圧}}{\textbf{素子の奥行き}}$$

ここで電気力がローレンツ力の逆向きに働くことから、ローレンツ力と電気力がつり合う状態で安定することがわかります。

ローレンツ力の大きさ＝電気力の大きさ

ローレンツ力の大きさは荷電粒子の電荷×速さ×磁束密度の大きさですので、測定する磁束密度の大きさは次のように表されます。荷電粒子の速さは電流の値からわかるので、生じた電圧を測定すればこの空間の磁束密度の向きと大きさを知ることができるのです。

$$\textbf{磁束密度の大きさ} = \frac{\textbf{おもて面とうら面の間に生じた電圧}}{\textbf{荷電粒子の速さ} \times \textbf{素子の奥行き}}$$

● ローレンツ力を応用してモーターを回す

導線を流れる電荷が磁場から受ける力を応用して最も使われている技術は**モーター**です。モーターは、電流が磁場から受ける力を回転作用へと変換しています。次の図は、直流電流を流すと回転するモーターの仕組みを模式的に表したものです。