

## 「なぜ? どうして?」をとことん考える高校数学 ●目次●

プロローグ…………… 2

## 第1章 文字や文字式の問題について

- 
- 1の1 初めての中間テスト…………… 16
- 1の2 「場合分け」ってなに?…………… 17
- 1の3 「文字  $a$ 」が動き出すとき…………… 19
- 1の4 教科書を信じる…………… 20
- 1の5 発見! 「実数の表」…………… 22
- 1の6 またまた発見! 「数直線」…………… 25
- 1の7 で、問題①は難しい問題なの?…………… 26
- 1の8 「絶対値」の表わす意味…………… 27
- 1の9 そうして「文字  $a$ 」は動くようになった…………… 28
- 1の10 マイナスが突然現われる理由…………… 31
- 1の11 マイナスの数をかけると不等号の向きはなぜ変わるの?…………… 35
- 1の12 数直線の向きが変わるかどうか…………… 36
- 1の13 マイナスをかけると…………… 38
- 1の14 答えがないという問題をなぜ解かなきゃならないの?…………… 40
- 1の15 答えが「決まらない」という問題もあります…………… 42
- 1の16 恒等式と方程式…………… 44
- 1の17 「因数分解」は芸術?…………… 49
- 1の18 「数学」が語る物語を理解したい…………… 53

1の19	文字式は星座のごとく …… 54
1の20	「実数直線」も動き出す?——ルートの中にマイナス? …… 57
1の21	二次方程式に解(答え)をもたせるために …… 60
1の22	「見方」を変え、「世界」を変えながら、教科書は進む …… 62
1の23	もう一つの「数の分類」 …… 63
1の24	二次方程式の解の判別とは …… 65
1の25	とにかく文字が二つになると問題はややこしくなる …… 67
1の26	「解と係数の関係」ってどんな役に立つの? …… 69
1の27	天才少年の肖像 …… 70
1の28	「わかっていること」で、すぐには「わからないこと」を表現する …… 72
1の29	「剰余の定理」と「割り算」との関係 …… 73
1の30	教科書の辺境 …… 80
● 第1章の森のグランス	
1の森1	文字 $a$ の表わす意味を意識する …… 82
1の森2	文字 $a$ って何なの? …… 83
1の森3	実数という数 …… 84
1の森4	有理数と無理数とをあわせて実数と呼ぶ …… 85
1の森5	実数を数直線とみなす …… 87
1の森6	文字も文字式も、はじめは「数直線」という舞台の上で動く …… 89
1の森7	文字の表わす意味はやがて実数の範囲を超えてゆく …… 91
1の森8	試薬のような働きをするいくつかの単元 …… 92
1の森9	小学校時代の知識がそのまま生きる …… 94
1の森10	文字や文字式の分野の問題はどう見ておけばいいのか …… 94
1の森11	その問題が扱う「数の範囲」を意識する …… 96

## 第2章 図形やグラフの問題について

2の1	図形の問題には特別のセンスが必要? …… 100
2の2	天の助け …… 104
2の3	次は距離について知らなくちゃ …… 105
2の4	内分と外分の考えもどこかで役に立ちそう …… 108
2の5	「軌跡」という言葉はアダブカダブラー …… 109
2の6	直線は、図形の一種でもあるし、比例の関係を表わしたのも もある …… 111
2の7	放物線も二種類の考え方で表わされる …… 114
2の8	式としては存在するが、図形としては? …… 118
2の9	二次関数の平行移動 …… 119
2の10	二次関数と二次不等式の関係 …… 122
2の11	三角比が三角関数に変わるとき …… 124
2の12	三角定規の斜辺が動き出す …… 126
2の13	半径1の円の半径が作る角として …… 130
2の14	角度を長さに——ラジアン of 考え方 …… 132
2の15	こんどは「累乗」の考えをグラフに載せる …… 134
2の16	2を「分数」乗するとは …… 136
2の17	2の「無理数」乗とは …… 138
2の18	「対数は指数の逆」と言うけれど …… 140
2の19	「逆」という意味 …… 142
2の20	「逆関数」の意味からわかったこと …… 143
2の21	「常用対数」とは …… 145

2の22 「自然対数の底  $e$ 」って何もの?…………… 148

● 第2章の森のグランズ

2の森1 座標の考え方は中学校一年生で…………… 150

2の森2 驚異!ひらめき&補助線派…………… 151

2の森3 「軌跡」という言葉が呪文となって…………… 153

2の森4 図形の問題をグラフで解くにもセンスがいる…………… 154

2の森5 教科書は教科書の意図で…………… 155

2の森6 角度を長さで測ることによって…………… 157

2の森7 2の「肩の数(指数)」の拡張…………… 158

2の森8 指数を対数に変換する…………… 159

2の森9 「逆関数」ではっきりとしたこと…………… 161

2の森10 デカルトとライプニッツを斜めに見て…………… 161

### 第3章 微分や積分の問題について

3の1 「微分積分がわからないと高校で数学を学んだことにはならない」…………… 166

3の2 「極限值」はアリさんの目で…………… 166

3の3 「平均変化率」とは谷につり橋を架けること?…………… 170

3の4 最初の定義…………… 174

3の5 アリさんの運命…………… 175

3の6 「平均変化率」が「接線の傾き」に変わるとき…………… 177

3の7 「導関数」とは…………… 179

3の8 公式を用いて組織的に微分する…………… 183

3の9 「微分できる」ってどういうこと?…………… 184

3の10 郵便料金の表をめぐる冒険…………… 187

3の11 「連続」問答…………… 190

3の12 教科書はほのめかしてさえくれない…………… 192

3の13 未知のグラフの形を探る…………… 192

3の14 「瞬間」を扱う数学…………… 195

3の15 物理と数学…………… 198

3の16 「積分」は「微分の逆」とは…………… 200

3の17 「積分定数」とは…………… 201

3の18 「定積分」という計算…………… 203

3の19 「定積分」にはどんな意味があるの?…………… 206

3の20 二つの長方形ではさむという考え…………… 208

3の21 面積を細かく切るのは、普遍的な方法…………… 211

3の22 微分積分の融合問題…………… 212

3の23 指数関数を微分する…………… 214

3の24 「自然対数の底  $e$ 」はここで誕生する…………… 216

3の25  $e$ の値を求める…………… 218

3の26 不定積分が求められる関数・簡単には求められない関数…………… 220

3の27 微分積分にもいる「ひらめき&補助線派」?…………… 221

● 第3章の森のグランズ

3の森1 速度計に注目!「微分積分」の意味…………… 224

3の森2 「瞬間」を集めることはできない…………… 225

3の森3 教科書がくれた虫眼鏡…………… 226

3の森4 積分と面積との関係…………… 228

3の森5 はなはだ得心する話…………… 229

## 第4章 その他のいろいろな問題について

- 4の1 「命題」とはどんな文章か …… 234
- 4の2 「大きいことはいいことだ」は命題? …… 235
- 4の3 「三角形の内角の和は二直角」は証明できる? …… 236
- 4の4 点がずっと向こうにあるとき …… 239
- 4の5 犬が西向きゃ尾は東 …… 241
- 4の6 ある命題が「真」ならその対偶命題も「真」 …… 242
- 4の7 数学的帰納法のルール …… 245
- 4の8 「相加平均」という平均・「相乗平均」という平均 …… 247
- 4の9 一つ一つ数え上げる、「場合の数」という方法 …… 250
- 4の10 「順列」の意味 …… 252
- 4の11 「組み合わせ」——順番を考えないということ …… 253
- 4の12 道草はできない——最短距離の問題 …… 255
- 4の13 パスカルの三角形 …… 258
- 4の14 「二項定理」とは …… 260
- 4の15 「集合論」は数学の言葉 …… 261
- 4の16 集合論的発想 …… 265
- 4の17 ベクトルという新兵器 …… 266
- 4の18 ベクトルを文字式のように扱うために …… 268
- 4の19 「位置ベクトル」はベクトルの花束 …… 270
- 4の20 「空間図形」が見えない …… 272
- 4の21 ベクトルを空間図形に応用する …… 273
- 4の22 ベクトルの積や商はあるの? …… 275

- 4の23 ベクトルは次元を超えてゆく …… 279
- 4の24 フィボナッチの数列 …… 280
- 4の25 数列の「一般項」と「漸化式」 …… 281
- 4の26 「特性方程式」による方法 …… 282
- 4の27 フィボナッチの数列を実験する …… 285
- 4の28 「黄金比」は、どうして心地よいの? …… 286

## ◆ 第4章の森のグランス

- 4の森1 第4章が余したもの …… 288
- 4の森2 自分自身にわかる言葉で …… 289
- 4の森3 それは「図形の問題」から …… 290
- 4の森4 ドン・キホーテは槍の変わりに「式」をかつぐ …… 292
- 4の森5 「トピックス」という方法 …… 294
- 4の森6 数学をルーチンワークにして …… 295
- 4の森7 ワニとひよこ豆の関係 …… 296
- 4の森8 「図形の問題」が攻めてきた …… 299

エピローグ …… 302

索引 …… 310