

Preface 3

§ 1 タイムマシンとSF推理小説 18

1. 事件と謎 18
2. 解決 22
3. 次章へのIntroduction 25

Digression SF小説による“次元が4以上の空間”入門 26

§ 2 n 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^n 30

1. n 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^n 31
2. § 1.2の図1、図2を数学的に文字を使って書く 52
3. § 1.2の解決を数学的に座標を使って書く 56
4. 次元が4以上の空間は数学的に考えられる 75
5. このようにグラフを考えると自然に4次元が必要になる 77
6. このように方程式を考えると自然に4次元が必要になる 84
7. 次章へのIntroduction 90

Digression 正十二面体(3次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^3 内の図形の復習) 97

§ 3 n 次元ユークリッド空間($n=2, 3, 4, 5$)の中の S^1, S^2 104

1. 2次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^2 の中に円周 S^1 2個 104

2. 3次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^3 の中に円周 S^1 2個 107
3. 3次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^3 の中に円周 S^1 個と球面 S^2 1個 113
4. 4次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^4 の中に円周 S^1 個と球面 S^2 1個 115
5. 4次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^4 の中に円周 S^1 2個
と
5次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^5 の中に円周 S^1 個と球面 S^2 1個 122
6. 5次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^5 の中に球面 S^2 2個 126
7. 次章への Introduction 128

Digression 我々の宇宙と n 次元 133

§ 4 n 次元球面 S^n (n はすべての自然数) 136

1. n 次元球面 S^n 136
2. § 3.7の問題 (1)、(2) の略解 148

Digression 錐の体積を積分を使わないで小学生に納得させる
方法と高次元への一般化 178

§ 5 さらに n 次元の図形の例 $S^1 \times S^{n-1}$ (n は2以上の自然数) 188

1. S^2 と $S^1 \times S^1$ 189
2. S^3 と $S^1 \times S^2$ 197
3. S^n と $S^1 \times S^{n-1}$ 200

Digression 多様体 202

Digression 結び目、絡み目 206

§ 6 ここまでに残した証明の概略 210

1. 円周 S^1 から円周 S^1 への連続写像の性質 211
2. 自明絡み目と Hopf 絡み目の違い 220
3. § 3.4 の L_0 と L_1 の違い 224
4. § 5.1 の答 230
5. § 5.2、§ 5.3 の答 235
6. 本書で見てきた以外の多様体の例 239

Digression 帆船は風上に進む 242

§ 7 この本を読んだ後の進み方のいくつか 250

索引 254